

FRACCIONARIAS

Trazar la gráfica de la función fraccionaria

$$r(x) = \frac{2x^2 + 7x - 4}{x^2 + x - 2}$$

Solución

Primero **factoricemos** el numerador y el denominador:

$$r(x) = \frac{(2x - 1)(x + 4)}{(x - 1)(x + 2)}$$

Calculemos las intersecciones con el eje x , ($y = 0$).

$$\frac{(2x - 1)(x + 4)}{(x - 1)(x + 2)} = 0$$

Entonces $(2x - 1)(x + 4) = 0$, de donde $x = \frac{1}{2}$ y $x = -4$

Calculemos las intersecciones con el eje y .

$$r(0) = \frac{2(0)^2 + 7(0) - 4}{(0)^2 + (0) - 2} = 2 \text{ la intersección en } y \text{ es } 2$$

Asíntota horizontal

En caso de que exista, determinamos su valor dividiendo tanto el numerador como el denominador entre más elevada de x que se encuentre en el denominador, y luego hacemos tender x hacia el infinito positivo o negativo.

$$r(x) = \frac{2\frac{x^2}{x^2} + 7\frac{x}{x^2} - \frac{4}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + \frac{x}{x^2} - \frac{2}{x^2}} =$$

$$r(x) = \frac{2 + \frac{7}{x} - \frac{4}{x^2}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} =$$

$$\frac{2 + 0 - 0}{1 + 0 - 0} = 2.$$



Por lo tanto la asíntota horizontal es $y = 2$

Asíntota vertical

Se presenta en donde la función no está definida; es decir, en donde el denominador es 0.

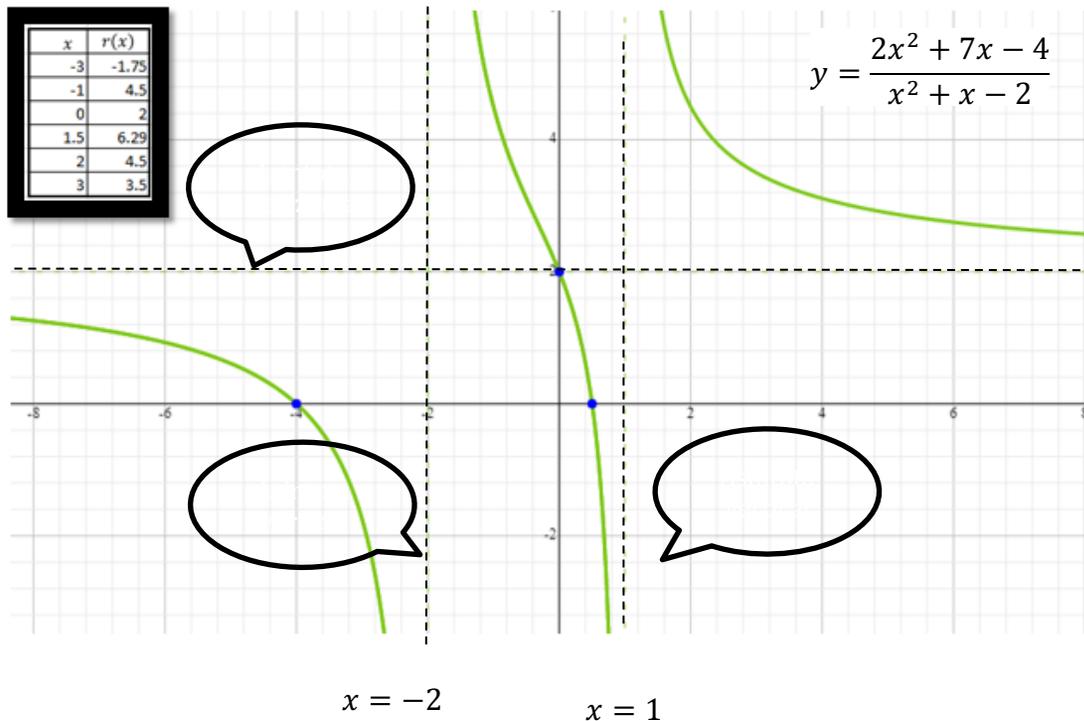
Denominador: $(x - 1)(x + 2)$

Despejamos igualando a cero:

$$x - 1 = 0 \text{ y } x + 2 = 0$$

En este caso las asíntotas verticales son $x = 1$ y $x = -2$

Por último, hay que graficar toda la información obtenida en los pasos anteriores y trazar tantos puntos adicionales como sea necesario:



Procedimiento para trazar graficas de funciones fraccionarias:

1. **Factorización.** Factoriza el numerador y el denominador.
2. **Intersecciones.** Encuentra las intersecciones con el eje x determinando los ceros del numerador y las intersecciones con el eje y haciendo $x = 0$ en la función.
3. **Asíntotas verticales.** Para obtenerlas, primero determina los ceros del denominador, y luego analiza si $y \rightarrow \infty$ o $y \rightarrow -\infty$ a los lados de cada asíntota vertical.
4. **Asíntota horizontal.** Determina la asíntota horizontal dividiendo tanto el numerador como el denominador entre la potencia más elevada de x que se encuentra en el denominador, y después has tender x hacia el infinito positivo o negativo.
5. **Traza la gráfica.** Grafica la información obtenida en los primeros cuatro pasos. Después calcula tantos puntos adicionales como creas necesarios.

Referencia:

Jiménez, René (2006). Funciones matemáticas 4. Pearson Educación.

