DERIVADAS DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS

Cuando nos referimos a la inversa de una función trigonométrica, la denotamos con el prefijo arco (arco seno, arco coseno, arco tangente), o simplemente elevamos la razón a la menos uno.$(\sin^{-1}, \cos^{-1}, \tan^{-1}, \csc^{-1}, \sec^{-1}, \cot^{-1})$

Estas son las fórmulas de derivadas de funciones trigonométricas inversas y ejemplos de resolución

1. La derivada del $arcoseno$ de una función es igual a uno partido por la raíz cuadrada de la diferencia de uno menos la función al cuadrado, multiplicado por la derivada de la función

$$\frac{d}{dx}\sin^{-1}(u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} * \frac{d}{dx}u$$

Ejemplo $f(x) = \sin^{-1}(9x)$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-(9x)^2}} * \frac{d}{dx}(9x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-81x^2}} * (9)$$

$$f'(x) = \frac{9}{\sqrt{1-81x^2}}$$

2. La derivada del $arcocoseno$ de una función es igual a menos uno partido por la raíz cuadrada de la diferencia de uno menos la función al cuadrado, multiplicado por la derivada de la función

$$\frac{d}{dx}\cos^{-1} u = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} * \frac{d}{dx}u$$

Ejemplo $f(x) = \cos^{-1}(2x)$

$$f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-(2x)^2}} * \frac{d}{dx}(2x)$$

$$f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-4x^2}} * 2$$

$$f'(x) = -\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$$

3. La derivada del $arcotangente$ de una función es igual a uno partido por la suma de uno más la función al cuadrado, multiplicado por la derivada de la función

$$\frac{d}{dx}\tan^{-1} u = \frac{1}{1+u^2} * \frac{d}{dx}u$$

Ejemplo $f(x) = \tan^{-1}(x^4)$

$$f'(x) = \frac{1}{1+(x^4)^2} * \frac{d}{dx}x^4$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x^8} * 4x^3$$

$$f'(x) = \frac{4x^3}{1+x^8}$$

4. La derivada del $arco - cotangente$ de una función es igual a uno negativo partido por la suma de uno más la función al cuadrado, multiplicado por la derivada de la función

$$\frac{d}{dx}\cot^{-1} u = -\frac{1}{1+u^2} * \frac{d}{dx}u$$

Ejemplo $f(x) = \cot^{-1} x$

$$f'(x) = -\frac{1}{1+x^2} * \frac{d}{dx}x$$

$$f'(x) = -\frac{1}{1+x^2}(1)$$

$$f'(x) = \frac{-1}{1+x^2}$$

5. La derivada del $arco - secante$ de una función es igual a uno partido por el producto de la función, multiplicado por la raíz cuadrada de la diferencia de la función al cuadrado menos, multiplicado por la derivada de la función

$$\frac{d}{dx}\sec^{-1}u = \frac{1}{u\sqrt{u^2-1}} * \frac{d}{dx}u$$

Ejemplo $f(x) = \sec^{-1}(7x)$

$$f'(x) = \frac{1}{7x\sqrt{(7x)^2-1}} * \frac{d}{dx}(7x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{7x\sqrt{49x^2-1}} * (7)$$

$$f'(x) = \frac{7}{7x\sqrt{49x^2-1}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x\sqrt{49x^2-1}}$$

6. La derivada del $arco - cosecante$ de una función es igual a uno negativo partido por el producto de la función, multiplicado por la raíz cuadrada de la diferencia de la función al cuadrado menos, multiplicado por la derivada de la función

$$\frac{d}{dx}\csc^{-1}u = -\frac{1}{u\sqrt{u^2-1}} * \frac{d}{dx}u$$

Ejemplo $f(x) = \csc^{-1}(x)$

$$f'(x) = -\frac{1}{x\sqrt{(x)^2 - 1}} * \frac{d}{dx}(x)$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x\sqrt{(x)^2 - 1}}(1)$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x\sqrt{(x)^2 - 1}}$$

Referencia:

Dra. Ballesteros Quintero, Celia Blanca