

# DERIVADAS IMPLÍCITAS

Dentro de la gran variedad de funciones estudiadas en derivadas, nos encontramos con aquellas que presentan dos variables, llamadas funciones implícitas, por registrar dificultad al despejar sus variables.

Las derivadas implícitas son reglas aplicadas a funciones implícitas, siendo aquellas que no expresan con claridad la variable dependiente de la independiente.

Por ejemplo una función implícita sería:

$$xy = xy + y + x$$

Dentro del procedimiento de derivación, se debe derivar tanto la variable X como Y, colocando para cada Y derivada la expresión Y'.

Es importante acotar la diferencia de las funciones implícitas con las explícitas, dado que esta última sí tiene diferenciadas sus variables, estando despejada la Y.

## Denotación de derivada implícita

La denotación para las derivadas implícitas es:

$$\frac{dy}{dx}$$

También se puede utilizar Y'

Ambas se leen, derivada de Y respecto a X.

## Ejercicios de derivadas implícitas

Derivar las siguientes funciones implícitas:

### Ejemplo 1

$$x^3 + y^2 = 6$$

Solución

Derivamos aplicando las reglas de la suma y constante, escribiendo y' al derivar la variable (y):

$$3x^2 + 2yy' = 0$$

Despejamos y'

$$y' = \frac{3x^2}{2y}$$

De esta forma se obtiene la derivada de  $y$  con respecto a  $x$

### Ejemplo 2

$$x^3y + 7y^2 + 4x^2 = 0$$

Para el caso de  $x^3y$

Derivamos aplicando la regla del producto, derivando tanto la variable  $x$  como  $y$ , recordando anexar  $y'$

$$(x^3y' + 3x^2y) + 14yy' + 8x = 0$$

Despejamos  $y'$

$$x^3y' + 14yy' = -3x^2y - 8x$$

$$y'(x^3 + 14y) = -3x^2y - 8x$$

$$y' = \frac{-3x^2y - 8x}{x^3 + 14y}$$

### Ejemplo 3

$$\sin(xy) = y + 4$$

Al derivar queda

$$\cos(xy)(xy' + y) = y' + 0$$

$$xy' \cos(xy) + y \cos(xy) = y'$$

Despejamos  $y'$

$$xy' \cos(xy) - y' = -y \cos(xy)$$

$$y'(x \cos(xy) - 1) = -y \cos(xy)$$

$$y' = \frac{-y \cos(xy)}{x \cos(xy) - 1}$$

**Referencia:**

Cálculo Diferencial (s.f.). Derivadas implícitas. Recuperado de:

<https://calculodiferencial.com/derivadas-implicitas/>