

DERIVADA DE ORDEN SUPERIOR

Supongamos que la función $y = f(x)$ es derivable en un intervalo cerrado $[a,b]$. Los valores de la derivada $f'(x)$ dependen generalmente de (x) , es decir, la derivada $f'(x)$ también es función de x . Si derivamos esta última función obtenemos la llamada segunda derivada de la función $f(x)$.

Entonces, la derivada de la primera derivada se conoce también como derivada de segundo orden o derivada segunda de la función original y se designa por el símbolo y'' o $f''(x)$.

La derivada de la segunda derivada se conoce como derivada de tercer orden o derivada tercera, y se designa por y''' o $f'''(x)$.

De forma general, la derivada de la derivada de orden $(n-1)$ se denomina derivada de n -ésimo orden de la función $f(x)$ y se designa por el símbolo $y^{(n)}$ o $f^{(n)}(x)$. El orden de la derivada se pone entre paréntesis para no confundirlo con un exponente de potencia. Las derivadas de cuarto, quinto, sexto, etc; órdenes pueden designarse por cifras romanas como: y^{IV} , y^V , y^VI , etc. En este caso el orden de la derivada se puede escribir sin paréntesis.

Ejemplo 1: $y = x^5$, obtener sus n -ésimas derivadas.

Derivada	Símbolos 1	Símbolos 2
primera	$y' = 5x^4$	$f'(x) = 5x^4$
segunda	$y'' = 20x^3$	$f''(x) = 20x^3$
tercera	$y''' = 60x^2$	$f'''(x) = 60x^2$
cuarta	$y^{IV} = 120x$	$y^{(4)} = 120x$
quinta	$y^V = 120$	$y^{(5)} = 120$
sexta	$y^{VI} = 0$	$y^{(6)} = 0$

Ejemplo 2: Sea la función $y = e^{kx}$, donde k es una constante. Hallar una expresión general de su derivada de orden n .

Solución: $y' = ke^{kx}$, $y'' = k^2e^{kx}$, $y''' = k^3e^{kx}$, ..., $y^{(n)} = k^ne^{kx}$

Ejemplo 3: Sea la función $y = \sin x$. Hallar $y^{(n)}$.

Solución $y' = \cos x$, $y'' = -\sin x$, $y''' = -\cos x$, $y^{(4)} = \sin x$

Si n = número par la derivada es la misma función

Si n = número impar la derivada es igual al coseno

Notación de Leibniz

Las derivadas sucesivas también se pueden expresar con la notación de Leibniz de la siguiente manera:

Primera derivada:

$$\frac{dy}{dx}$$

Segunda derivada:

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{dy}{dx} \right] = \frac{d^2y}{dx^2}$$

En general, podemos expresar las derivadas sucesivas con la notación de Leibniz,

donde n representa el orden de la

derivada.

$$\frac{d^n y}{dx^n} \quad \text{o} \quad \frac{d^n}{dx^n} [f(x)]$$

Referencias:

Swokowski, E. W. (1989). El Cálculo con Geometría Analítica. (2ª ed.). Grupo Editorial Iberoamérica.

Leithold, L. (1994). El Cálculo. (7ª ed.). Oxford University Press.

Spiegel, M. R. (1998). Manual de Fórmulas y Tablas Matemáticas. McGraw Hill.

Nodo Universitario (2021). Clase digital 12: Derivadas sucesivas. Recuperado de:
<https://acortar.link/J4E87w>

