SISTEMA CIRCULAR

El sistema circular es una forma de medir ángulos utilizando el concepto de radián como unidad principal. Este sistema es fundamental en matemáticas, física y astronomía, ya que permite expresar ángulos de una manera más directa y útil en cálculos trigonométricos, como los que se realizan para determinar trayectorias, ondas, o el comportamiento de cuerpos celestes.

Elementos que definen una circunferencia:

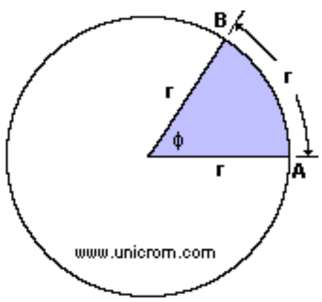
- Círculo
- Circunferencia
- Radio
- Diámetro
- Arco
- Cuerda

Concepto de π

Es la letra griega que describe la razón constante entre la circunferencia y su diámetro.

Concepto de radián

Es el ángulo cuyos lados comprenden un arco de circunferencia, cuya longitud es el radio de la misma.



Por lo tanto, una revolución es igual a $2\pi\ radianes = 360^0$

Simplificando $\pi\ radianes = 180^0$

Un radián equivale a $57.3^0\ o\ bien\ a\ {}^{180}/_{\pi}$

Un grado equivale a 0.01745 o bien a ${}^{\pi}/_{180}$

El radián

El **radián** es la unidad angular del sistema circular y se define como el ángulo central que subtiende un arco de longitud igual al radio de un círculo. En otras palabras, si un círculo tiene un radio de longitud r, entonces un arco de longitud r subtenderá un ángulo de 1 radián en el centro del círculo.

Relación con el grado

- Un círculo completo tiene **360 grados**, pero en el sistema circular, un círculo completo está compuesto por $\boldsymbol{2\pi\, radianes}$. Esto significa que:
    - $360° = 2\pi\, rad$
    - $1° = \frac{\pi}{180}\, rad$
    - $1\, rad = \frac{180°}{\pi}$

Esto proporciona una manera eficiente de trabajar con ángulos en situaciones en las que las proporciones de un círculo son más relevantes, como en el cálculo de longitudes de arcos o en la resolución de problemas trigonométricos.

Conversión entre grados y radianes

- **De grados a radianes**: para convertir de grados a radianes, multiplicamos el valor en grados por $\frac{\pi}{180}$
    - Ejemplo: Convertir 45° a radianes.
        - $45° \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}\, rad$
- **De radianes a grados**: para convertir de radianes a grados, multiplicamos el valor en radianes por $\frac{180}{\pi}$

- Ejemplo: Convertir $\frac{\pi}{6}$ radianes a grados.
    - $\frac{\pi}{6} \times \frac{180}{\pi} = 30°$

Aplicaciones del sistema circular

1. **Trigonometría**: el sistema circular es esencial en trigonometría, ya que las funciones seno, coseno y tangente se definen con base en el círculo unitario, que tiene radio igual a 1. Los ángulos se miden en radianes para facilitar los cálculos trigonométricos.
2. **Física y Ondas**: en física, especialmente en el estudio de movimientos circulares u ondas, el sistema circular y el uso de radianes son cruciales para describir la relación entre el ángulo de rotación y el tiempo.
3. **Astronomía**: en astronomía, se utilizan los radianes para describir la posición de objetos celestes, ya que las distancias en el espacio y los movimientos de los astros se analizan mejor con radianes que con grados.

Resolución de problemas que impliquen grados sexagesimales y el radián.

Problema: convertir un ángulo de 120° a radianes y luego calcular el valor del seno de ese ángulo.

Solución:

1. Convertir 120° a radianes:
    - $120° \times \frac{\pi}{180} = \frac{2\pi}{3}\ rad$
2. Calcular el seno de $\frac{2\pi}{3}$ radianes:
    - $sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = sin\,(120°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Problema: un ángulo mide 210° en grados. Convierte este valor a radianes.

Solución:

- $210 \times \frac{\pi}{180} = \frac{7\pi}{6}\ rad$

Problema: Calcular el seno de 150° utilizando radianes.

Solución:

- Convierte 150° a radianes:

$$150 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{6}\ rad$$

- Usa la función seno:

$$sin\ (\frac{5\pi}{6})\ =\ sin\ (150\ \circ) = \frac{1}{2}$$

Problema:

Calcula la longitud de un arco de un círculo con radio de 10 cm y un ángulo de 45°.

Solución:

- Convierte 45° a radianes:

$$45 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4} rad$$

- Usa la fórmula de la longitud de arco:

$$L = r \times \theta\ donde\ r = 10\ y\ \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$L = 10 \times \frac{\pi}{4} = \frac{10\pi}{4} = 2.5\pi\ cm$$

Problema:

Si dos líneas que se cruzan forman un ángulo de $\frac{\pi}{3}$ radianes, ¿cuánto mide este ángulo en grados?

Solución:

$$\frac{\pi}{3} \times \frac{180}{\pi} = 60°$$

Referencias:

Larson, R., Hostetler, R. P., & Edwards, B. H. (2010). Cálculo y geometría analítica (9.ª ed.). McGraw Hill.

Stewart, J. (2015). Cálculo: Trascendentes tempranas (7.ª ed.). Cengage Learning.

Lay, S. R., & McDonald, J. (2019). Álgebra y trigonometría (4.ª ed.). Pearson.

Enciclopedia Británica (s.f.). Radián. En Enciclopedia Británica en línea. Recuperado de: https://www.britannica.com

Davis, P. J., & Hersh, R. (1998). El fascinante mundo de las matemáticas. E ditorial Reverté.