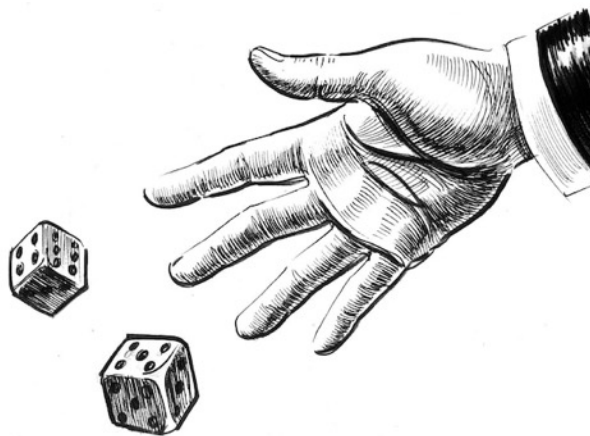


# REGLAS BÁSICAS DE LA PROBABILIDAD



<https://images.app.goo.gl/5t1cjV4kYWcZeJ9s9>

Las reglas básicas de la probabilidad son los principios que permiten calcular y comprender la función de los eventos aleatorios y cómo se relacionan entre sí; nos permiten hacer predicciones informadas y tomar decisiones con una medida cuantitativa del riesgo y la incertidumbre. Además, son herramientas clave para resolver problemas de probabilidad o abordar situaciones complejas de manera sistemática, como calcular la probabilidad de que ocurran varios eventos al mismo tiempo o la probabilidad de que al menos uno de los eventos suceda. Algunas de las reglas más importantes incluyen la **probabilidad total**, las **probabilidades condicionales**, la **regla de la unión de eventos** y la **multiplicación de probabilidades para eventos independientes**.



A continuación, se presentan varias leyes importantes que con frecuencia simplifican el cálculo de las probabilidades



## REGLA DE LA PROBABILIDAD TOTAL

La probabilidad de un evento  $A$  se encuentra entre 0 y 1, es decir:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Esto significa que, si un evento no puede ocurrir, su probabilidad es 0, y si el evento es seguro, su probabilidad es 1.

La **probabilidad** de un evento es un número entre 0 y 1 que refleja la certeza de que ocurra dicho evento. Se calcula como la razón entre el número de resultados favorables y el número total de resultados posibles, si todos los resultados son igualmente probables.

$$P = \frac{\# \text{ veces que se presenta el evento}}{\# \text{ de veces que se llevo a cabo el experimento}}$$

Ejemplo: ¿cuál es la probabilidad de obtener un dos al lanzar un dado?

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ; 6 resultados posibles.

Evento: Un resultado, al caer 2.

$$P_{(2)} = \frac{1}{6}$$

### **REGLA DE LA PROBABILIDAD SIMPLE (REGLA DE LAPLACE)**

Es la probabilidad calculada a partir de experimentos realizados. Es decir, se refiere a qué tan probable resulta un suceso si un experimento se repite muchas veces. Puede entenderse como:

**Regla de Laplace**

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Ejemplo: ¿cuál será la probabilidad de obtener un 5 al lanzar un dado?

Al repetir el lanzamiento del dado 12 veces se obtuvieron los siguientes resultados:

| Experimento | Resultado |
|-------------|-----------|
| 1           | 3         |
| 2           | 5         |
| 3           | 6         |
| 4           | 5         |
| 5           | 5         |
| 6           | 3         |
| 7           | 1         |
| 8           | 4         |
| 9           | 6         |
| 10          | 4         |
| 11          | 2         |
| 12          | 3         |

Total de experimentos: 12

Resultados favorables: 4

$$P_f(5) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

### REGLAS ADITIVAS

Las reglas de adición simplifican el cálculo de probabilidades de algún evento, se puede aplicar a uniones de dos o más eventos conocidos. Esto puede ser cierto si el evento en cuestión se puede representar como la unión de otros dos eventos o como el complemento de algún evento.

### REGLA DE LA PROBABILIDAD DE LA UNIÓN DE EVENTOS

Para dos eventos A y B, la probabilidad de que ocurra al menos uno de ellos se puede calcular usando la fórmula:

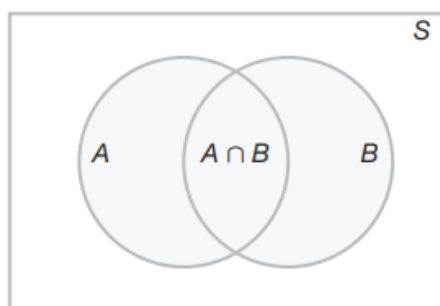
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Para tres eventos: Para tres eventos A, B y C

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Es decir, la probabilidad de la unión de dos eventos es la suma de las probabilidades de cada uno, menos la probabilidad de su intersección (para evitar contar dos veces el caso donde ambos ocurren simultáneamente).

Representación empleando un diagrama de Venn:



**Ejemplo:** Si lanzamos un dado y A es el evento de que salga un número par (2, 4, 6) y B es el evento de que salga un número mayor a 3 (4, 5, 6), entonces:

- $P(A) = 3/6 = \frac{1}{2} = 0.5$
- $P(B) = 3/6 = \frac{1}{2} = 0.5$
- $P(A \cap B) = 2/6 = 1/3$  (Porque los números comunes son 2 y 4)
- Entonces:

$$P(A \cup B) = 0.5 + 0.5 - \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

En el caso Si A y B son mutuamente excluyentes, entonces la formula queda:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

Debido a que, si A y B son mutuamente excluyentes,  $A \cap B = \emptyset$  y entonces:

$$P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$$

De manera general, para n eventos mutuamente excluyentes la fórmula queda:

Si  $A_1, A_2, \dots, A_n$  son mutuamente excluyentes, entonces:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

### Ejemplo:



John es un ingeniero industrial que necesita trabajo inmediato por lo que, después de tener entrevistas en dos empresas en donde quiere trabajar, determina que la probabilidad que tiene de lograr una oferta de empleo en la empresa A es 0.8, y que la probabilidad de obtenerla en la empresa B es 0.6. Si, por otro lado, considera que la probabilidad de recibir ofertas de ambas empresas es 0.5, ¿qué probabilidad tiene de obtener al menos una oferta de esas dos empresas?

Solución: Si usamos la regla aditiva tenemos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.8 + 0.6 - 0.5 = 0.9$$

Si A y A' son eventos complementarios, entonces  $P(A) + P(A') = 1$

$$1 = P(S) = P(A \cup A') = P(A) + P(A')$$

### Ejemplo:



Las probabilidades de que un mecánico automotriz dé servicio a 3, 4, 5, 6, 7, 8 o más vehículos en un día de trabajo dado son 0.12, 0.19, 0.28, 0.24, 0.10 y 0.07, respectivamente, ¿cuál es la probabilidad de que dé servicio al menos a 5 vehículos el siguiente día de trabajo?

Solución: Sea E el evento de que al menos 5 automóviles reciban servicio y E' es el evento de que menos de 5 automóviles reciban servicio.

Entonces:

$$P(E) = 1 - P(E'),$$

$$P(E') = 0.12 + 0.19 = 0.31.$$

$$P(E) = 1 - 0.31 = 0.69$$

## REGLA DEL PRODUCTO O REGLA MULTIPLICATIVA (MULTIPLICACIÓN DE PROBABILIDADES)

Si dos eventos A y B son independientes, la probabilidad de que ambos ocurran es el producto de sus probabilidades individuales:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

**Ejemplo:** Una localidad solo dispone de un carro de bomberos y una ambulancia para emergencias. La probabilidad de que el carro de bomberos esté disponible cuando se necesite es 0.98 y la probabilidad de que la ambulancia esté disponible cuando se le requiera es 0.92. En el evento de un herido en un incendio, calcule la probabilidad de que tanto la ambulancia como el carro de bomberos estén disponibles, suponiendo que operan de forma independiente.

**Solución:** Sean A y B los respectivos eventos de que estén disponibles el carro de bomberos y la ambulancia.

Entonces:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = (0.98)(0.92) = 0.9016$$

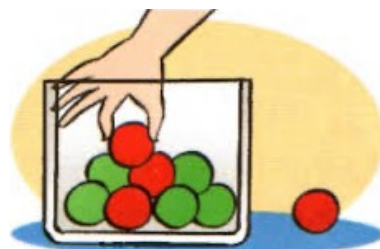
## REGLA DE LA PROBABILIDAD CONDICIONAL

La probabilidad condicional describe la probabilidad de que ocurra un evento A dado que ha ocurrido otro evento B. Se denota como  $P(A|B)$  y se calcula con la fórmula:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Esta fórmula es válida solo si  $P(B) > 0$ .

**Ejemplo:**



Supongamos que tenemos una bolsa con 3 bolas rojas y 2 bolas verdes. Si se extrae una bola y se sabe que es verde, ¿cuál es la probabilidad de que la siguiente bola extraída sea roja?

La probabilidad de que la primera bola extraída sea verde es  $P(B)=2/5$ .

Si ya se extrajo una bola verde, ahora hay 4 bolas restantes (3 rojas y 1 verdes).

Entonces, la probabilidad de que la segunda bola sea roja es:

$$P(A | B) = \frac{3}{4} = 0.75$$

**Ejemplo:**



En un proceso industrial textil se producen listones, los cuales pueden presentar defectos en cuanto a la longitud y la textura. A partir de información histórica del proceso se sabe que 10% de los listones no pasan la prueba de longitud, que 5% no pasan la prueba de textura y que solo el 0.8% no pasan ninguna de las dos pruebas. Si en el proceso se elige un listón al azar y una medición rápida identifica que no pasa la prueba de longitud, ¿cuál es la probabilidad de que la textura esté defectuosa?

**Solución:**

**Eventos:**

L: defecto en longitud.

T: defecto en textura.

La probabilidad está dada por:  $P(T | L) = \frac{P(T \cap L)}{P(L)} = 0.008/0.1 = 0.08$

#### **Referencias:**

Feller, W. (1968) An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Vol. 1 (3rd ed.). EUA. Wiley.

Grimaldi, R. (2004) Mathematics for Management Sciences. Pearson Prentice Hall.

Keller, G. (2005) Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists. EUA. Pearson Education.

Ross, S. (2009) Introduction to Probability Models. EUA. Academic Press.