Números Enteros, Fracciones, Decimales

Números Naturales: en un principio, el ser humano solo conocía cantidades que iban de uno (1) en adelante, desconociendo el concepto del cero (0). Por ejemplo, los Romanos no tenían conocimiento del cero. Más adelante (siglo XII) se incluye el uso del cero, principalmente por los indios o hindúes, quienes incluyen el cero a su numeración. Siendo así todos aquellos números mayores o iguales a cero (positivos) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc.

Números Enteros: con la evolución de la numeración, el ser humano se dio cuenta de que necesitaba contar de manera negativa; es decir, que en lugar de tener, le faltaba o debía y se crearon los números negativos, -9,-8,-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5…

Por lo que podemos decir que los números enteros son los que comprenden desde menos infinito a más infinito, pasando por el cero; es decir, todos los número negativos y positivos.

Números Reales: nuevamente el ser humano se topa con la necesidad de contar partes de números (enteros) y se crean los números reales, que son todos aquellos que hoy en día conocemos como **“quebrados”** o **“decimales”**.

Operaciones Aritméticas

Son las acciones que realizamos con cantidades de elementos, por ejemplo, el dinero: recibimos (suma), entregamos (resta), compartimos (división) y lo multiplicamos.

Suma y resta: son operaciones donde directamente agregamos (suma) o quitamos (resta) una cantidad de otra. En la resta, si la cantidad a quitar es mayor a la que tenemos, el resultado es un número negativo, por ejemplo:

5 – 6 = -1

10 – 24 = -14

– 4 + 3.5 = - 0.5

¼ - ½ = - ¼

> **Importante:** En la resta, el signo resultante es el de la cantidad mayor.

Multiplicación: Esta operación la podemos considerar como un resumen de la suma, ya que en realidad la utilizamos para no tener que sumar varias veces la misma cantidad.

Si tenemos 3 x 5, a manera de suma, nos indica que debemos sumar cinco veces el tres o tres veces el cinco.

3 x 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 o 3 x 5 = 5 + 5 + 5 = 15

Lo mismo aplica para las fracciones y decimales, por ejemplo:

0.5 x 3 = 0.5 + 0.5 + 0.5 =1.5

$$\frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

> Pero si
>
> 0.5 x 3 = 0.5 + 0.5 + 0.5
> ¿Cómo se expresa la suma del 3 0.5 veces?

Para responder a la pregunta, lo primero que se tiene que hacer es utilizar el **0.5** como si fuera un entero; es decir, movemos el punto decimal a la derecha (tantas veces como sea necesario) para que desaparezca la parte decimal o fraccionaria, quedando un 5 al mover una posición el punto:

$$0.5. = 5$$

Y realizamos la operación, quedando:

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$$

Ahora regresamos el punto decimal la cantidad de veces que lo movimos a la derecha, pero ahora lo movemos a la izquierda.

$$1.5. = 1.5$$

División: La división es una abreviación (resumen) de la resta, así como la multiplicación es con la suma; es decir, el divisor se resta del dividendo tantas veces como sea posible hasta que sea cero o que ya no se pueda restar porque resultaría un número negativo.

Divisor

$$5 \div 2 = 5 - 2 = 3 - 2 = 1$$

Dividendo

Una resta + Una resta

Ya no se puede restar, porque el resultado sería negativo

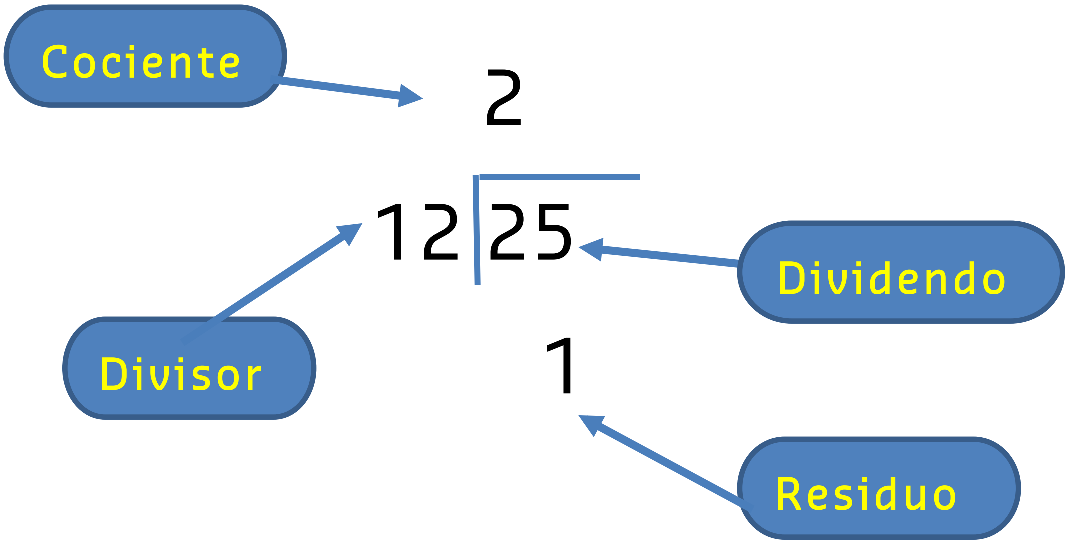
Como se realizaron dos restas, el resultado es 2 y sobra 1. Lo que se hizo fue contar las restas realizadas (2 en este caso) quedando 1 unidad después de la segunda resta.

Claro que con el tiempo el ser humano se dio cuenta de que las divisiones se podían realizar de otra forma más simplificada y creó un método para no tener que estar restando tantas veces.

Pasos para realizar la división:

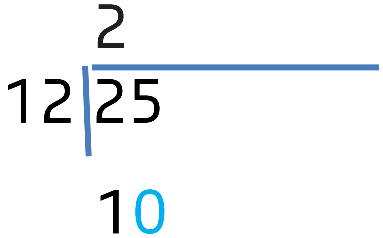
1. Identificar dividendo (el que se va a dividir) y divisor (el que divide).
2. Buscar un número que multiplicado al divisor, nos de el dividendo o se acerque mucho a este.
3. Restar el resultado de la multiplicación al dividendo.
4. Si el residuo es aún más grande que el divisor, repetir desde el paso 2.
5. Si el divisor es mayor, entregar el resultado incluyendo cociente y residuo.

Componentes de una división:



División con decimales: en ocasiones, cuando se desea ser más exacto en el resultado, es necesario continuar dividiendo hasta llegar a tener un residuo igual a cero, o bien que nos sea de más provecho. Para ello se realiza lo siguiente: usando el ejemplo anterior tenemos que el resultado es 2 y sobra 1, para continuar dividiendo, haremos lo siguiente:

6. Si se desea continuar con la división, agregar un punto después del cociente (solo la primera vez) y un cero a la derecha del residuo.
   En nuestro ejemplo:



7. Si el residuo es mayor que el divisor, efectuar la división; si no, agregar un cero a la derecha del cociente y residuo hasta que el residuo sea mayor que el divisor.
   En nuestro ejemplo: hay que agregar un cero al cociente y al residuo.

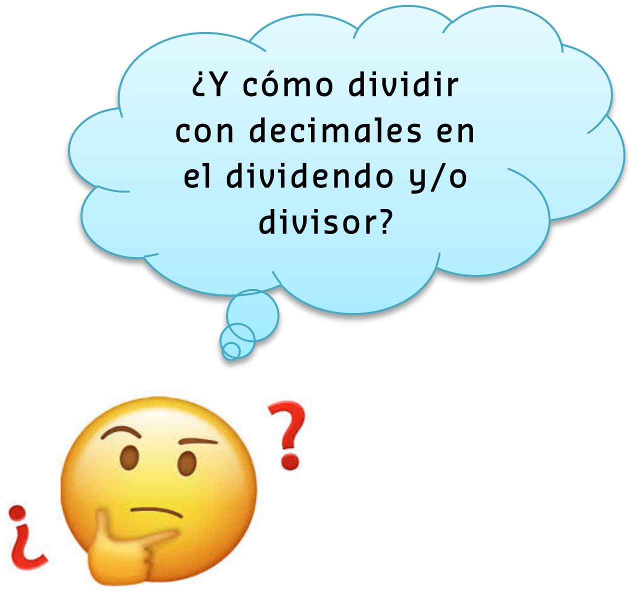
```
     2.08
   ________
12 | 25

     100
      4
```

8. Si el residuo es cero, presentar el cociente como resultado, si no y se desea continuar, repetir el proceso desde el paso 6.
   En nuestro ejemplo: hay que agregar un cero al cociente y al residuo.

```
     2.0833‾
   ________
12 | 25

   100
    40
     40
```



División con decimales: En ocasiones, la división se presenta con decimales en el divisor, en el dividendo o en ambos. La forma de dividir es prácticamente igual que el procedimiento antes mencionado, lo único que debemos cuidar es la posición del punto decimal, ya que para realizar la división, primero se recorre el punto para que tanto el dividendo como el divisor queden como enteros. Se procede a dividir y al final se regresa el punto decimal a la posición original. Para entender esto veamos un ejemplo.

Ejemplo 1: con decimal en el dividendo

$$5 \overline{)0.125}$$

Solución:

Es evidente que el dividendo es menor que el divisor, para poder realizar la división, hay que:

1. Recorrer el punto decimal hasta tener un entero en el dividendo; es decir, el **0.125** se convertirá en **125**, esto porque **movimos 3 espacios el punto decimal**.
2. Agregar a la derecha del divisor una cantidad de ceros igual al número de espacios que se movió **el punto decimal**. En este caso **se movió 3 veces**, por lo tanto, **agregamos 3 ceros** a la derecha del **5**, quedando **5000**.
3. La división ahora queda de la siguiente forma.

$$5000 \,\big|\, \overline{125}$$

4. Ahora procedemos a realizar la división como ya sabemos. Como el 125 es menor que el 5000, tenemos que agregar un cero al 125 y el punto decimal en el cociente.

$$\begin{array}{r|l} & 0. \\ 5000 & \overline{1250} \end{array}$$

5. Como el 1250 es aún más pequeño que el 500, agregamos un cero más a la derecha del 1250 y un cero en el cociente.

$$\begin{array}{r|l} & 0.0 \\ 5000 & \overline{12500} \end{array}$$

Solución:

6. Ahora buscamos un número que multiplicado por 5,000 sea 12,500 o se aproxime a este. El 2 es el número que se acerca, multiplicamos y restamos, quedando:

$$\begin{array}{r|l} & \;\;\;0.02 \\ \cline{2-2} 5000 & 12500 \\ & \;\;\;2500 \end{array}$$

7. Como 2500 es menor que 5000, agregamos nuevamente un cero y continuamos con la división.

$$\begin{array}{r|l} & \;\;\;0.025 \\ \cline{2-2} 5000 & 12500 \\ & \;\;\;25000 \\ & \;\;\;\;\;\;\;\;\;\;0 \end{array}$$

8. Nuestro resultado de la división (original) **0.125** entre **5** es $\boxed{0.025}$

9. Para comprobar el resultado multiplicamos 0.025 x 5 = 0.125

Ejemplo 2: con decimal en el divisor

$$0.5 \overline{\smash{)}\,25}$$

Solución:

1. Recorremos el punto decimal del divisor tantas veces como sea necesario hasta tener un entero, en este caso se mueve una vez. Al mismo tiempo, en el dividendo agregamos tantos ceros a la derecha como veces que se movió el punto, quedando:

$$5 \overline{\smash{)}\,250}$$

2. Como el 250 es mayor al 5 procedemos con la división como ya sabemos, teniendo:

$$\begin{array}{r} 50 \\ 5 \overline{\smash{)}\,250} \\ 00 \\ 0 \end{array}$$

3. Teniendo como resultado que **25** entre **0.5** es $\boxed{50}$

4. Para comprobar el resultado, multiplicamos 50 x 0.5 = 25.

Ejemplo 3: con decimal en ambos, dividendo y divisor

$$0.5\overline{)\,0.25}$$

Solución:

1. Recorremos el punto en el divisor y dividendo como ya lo hemos hecho.

$$5\overline{)\,2.5}$$

2. Observemos que al mover el punto en una posición en ambos elementos, en el dividendo aún quedan cifras después del punto. Lo que hacemos es recorrer el punto en el dividendo cuantas veces sea necesario y al divisor le agregamos la misma cantidad de ceros.

$$50\overline{)\,25}$$

3. Procedemos a realizar la división como ya sabemos. En este caso, como 25 es menor que 50, agregamos un cero al dividendo y en el cociente ponemos el punto decimal.

$$\begin{array}{r}0.5\\50\overline{)\,250}\\0\end{array}$$

4. El resultado de **0.25** entre **0.5** es $\boxed{0.5}$

5. Para comprobar el resultado multiplicamos 0.5 x 0.5 = 0.25

Operaciones con fracciones

Es común que se tengan que realizar operaciones con números expresados de forma fraccionaria. Las operaciones aritméticas no cambian, solo hay que tomar en consideración unos detalles al momento de realizarlas. Para empezar, recordaremos los componentes de una fracción o quebrado:

Numerador

$$\frac{2}{5}$$

Denominador

El **denominador** indica en cuántas partes se divide el entero, en este caso en 5 o quintos.

El **numerador** indica cuántas partes tenemos, 2 para el ejemplo.

Por lo que la expresión se lee "dos quintos".

> **Importante:** Para sumar y restar fracciones es importante saber **que solo se pueden realizar estas operaciones con fracciones del mismo DENOMINADOR**, por lo que, si se tienen fracciones con diferentes denominadores, se tienen que convertir a un denominador común para poder realizar la suma o resta, según sea el caso.

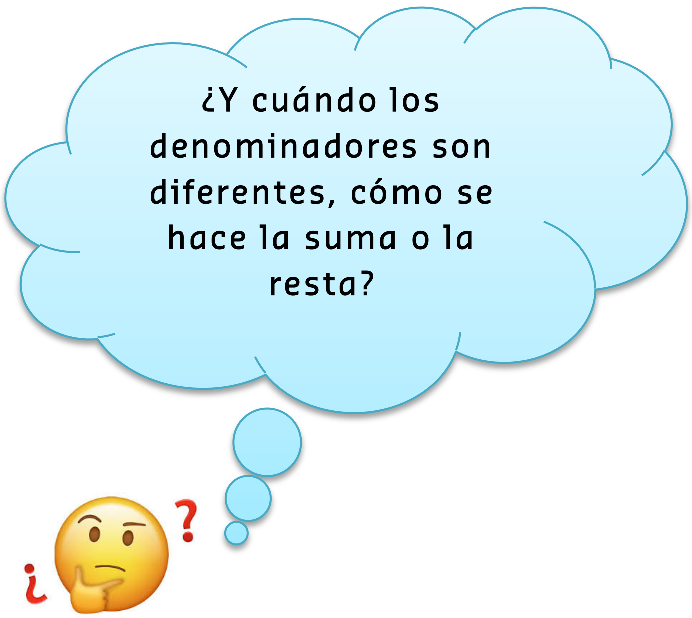
Ejemplos:

$$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5}{7}$$

Podemos observar que solamente se suman los numeradores, ya que los denominadores se mantienen iguales.

$$\frac{6}{7}-\frac{3}{7}=\frac{3}{7}$$

De igual forma sucede con la resta, con estos ejemplos podemos deducir que en la suma o resta de fracciones con igual denominador, la operación suma o resta solo se realiza con los numeradores y el denominador pasa sin cambio.



Suma o resta con denominadores diferentes

Pensemos en la siguiente analogía: si tenemos 5 pesos y nos regalan 2 dólares, ¿cuánto dinero tenemos en total?

Es lógico que no podemos responder, “tengo 7 pesos-dólares”. Para poder dar respuesta, tenemos que convertir alguna de las dos monedas a la otra denominación, por ejemplo, pesos a dólares. Y una vez que se tenga la conversión, podemos sumar dólares con dólares y dar respuesta a la pregunta.

Ejemplo:

$$\frac{1}{6}+\frac{3}{2}=$$

Como los denominadores son diferentes (6 y 2), no podemos hacer la suma directa; para ello, primero debemos convertir a denominadores iguales y así poder hacer la suma.

El procedimiento que se sigue es:

1. Encontrar el Mínimo Común Divisor (MCD) de ambos denominadores.

$$\begin{array}{cc|c} 6 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & \end{array}$$

3 x 2 = 6 Tenemos que el 6 es el MCD para 6 y 2

2. Ahora hay que convertir la primera fracción al nuevo denominador. Como su denominador es 6 (sextos), no necesita cambiarse, pero para la segunda sí es necesario ya que el denominador es 2 (medios) entonces tenemos:

¿Cuántos sextos hay en tres medios (3/2)?

Para responder a la pregunta, lo que hacemos es dividir el MCD (6 para este problema) entre el denominador que se quiere convertir (2 en este problema) y el resultado lo multiplicamos por el numerador (3).

$$6 \div 2 = 3$$

$$3 \times 3 = 9$$

Quedando ahora la fracción equivalente $\frac{9}{6}$, con lo que ya podemos sumarla a $\frac{1}{6}$ teniendo como resultado:

$$\frac{1}{6} + \frac{9}{6} = \frac{10}{6}$$

Simplificando la última fracción queda como resultado $\frac{5}{3}$

El mismo procedimiento se sigue para la resta de fracciones con diferente denominador.

Multiplicación de fracciones.

En este tipo de operaciones no es necesario hacer conversiones de ningún tipo, simplemente se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador.

$$\frac{3}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{3\times 2}{2\times 5}=\frac{6}{10}=\boxed{\frac{3}{5}}$$

El resultado es 3/5 porque siempre se debe presentar la fracción en su mínima expresión.

División de fracciones

Esta operación también se conoce como la "ley del sándwich", esto por la forma en la que se realizan las operaciones. Veamos un ejemplo:

$$\frac{5}{3}\div\frac{4}{7}=\frac{5\times 7}{3\times 4}=\frac{35}{12}$$

Como podemos observar,

- El primer numerador se multiplica por el segundo denominador y el resultado será el numerador del resultado final.
- El primer denominador se multiplica por el segundo numerador y el resultado será el denominador del resultado final.