

Sistemas de Ecuaciones con Dos o Tres Incógnitas

Resolver una ecuación es encontrar un valor para cada variable que haga verdadera la igualdad o expresión, por ejemplo:

La suma de las edades entre Javier y Ernesto es de 35 años. Si Ernesto tiene 15 años, ¿cuál será la edad de Javier?

Solución:

1. Planteamos el problema a manera de ecuación y para ello notamos que el único valor desconocido es:

$$\text{Edad de Javier} = x$$

2. También notamos que **la suma** de las edades es 35, entonces acomodando a manera de suma, es:

$$x + 15 = 35$$

3. Para encontrar el valor de "x", lo que tenemos que hacer es restarle 15 a 35.

$$x = 35 - 15 = \mathbf{20}$$

4. Sustituimos el valor de "x" (**20**) en la ecuación para comprobar que la igualdad es verdadera.

$$20 + 15 = 35$$

$$\mathbf{35 = 35}$$

Sistemas de ecuaciones lineales: Se les conoce así porque es una relación de 2 o más ecuaciones **lineales** y su ecuación está representada de la forma, "**Ax + By + C = 0**" donde los coeficientes A, B, C son números reales, así como que A y B, no deben ser nulos (cero) al mismo tiempo.

Sistemas de Ecuaciones con Dos o Tres Incógnitas

Cuando nos referimos a **resolver sistemas de ecuaciones**, es que se deben encontrar valores tanto para “x” como para “y”, que hagan verdadera la afirmación de la forma general de la recta (anteriormente expuesta); en otras palabras, buscamos encontrar el punto en el que las rectas se cruzan (intersectan). Veamos un método para resolverlas.

Método de suma/resta:

En este método se toman las dos ecuaciones y se busca, por medio de sumas o restas, eliminar una de las dos variables para así dejar una sola ecuación de una variable, resolverla y regresar a las ecuaciones originales para encontrar el valor de la variable que se eliminó en primera instancia.

Para explicar el método lo haremos con un ejemplo.

Tenemos las ecuaciones de las rectas:

$$2x + 4x = 7 \quad (1)$$

$$-3x - 7y = 2 \quad (2)$$

Sistemas de Ecuaciones con Dos o Tres Incógnitas

Solución:

- Lo primero que se debe hacer, una vez acomodadas las ecuaciones, es “eliminar” una de las variables. Para ello, lo que se hace es multiplicar una o ambas ecuaciones, de tal forma que la variable escogida se elimine, eliminemos la “y”.
- Para hacer esto necesitamos que en cada ecuación se tenga el mismo valor de “y” pero con signos contrarios. Para lograrlo, multiplicaremos la ecuación 1 por 7 y la ecuación 2 por 4.

$$(2x + 4y = 7) \quad (7) \rightarrow 14x + 28y = 49$$

$$(-3x - 7y = 2) \quad (4) \rightarrow -12x + 28y = 8$$

Una vez que ya tenemos las nuevas ecuaciones, las sumamos/restamos entre ellas.

$$14x + 28y = 49$$

$$\underline{-12x + 28y = 8}$$

$$2x + 0 = 57$$

- Ahora que se tiene una ecuación con una sola variable, ya se puede resolver para encontrar el valor de la variable, en este caso la “x”.

$$2x = 57$$

$$x = \frac{57}{2}$$

- Sustituimos el valor de “x” en cualquiera de las ecuaciones originales, para obtener el valor de “y”, tomemos la ecuación 1.

$$2x + 4y = 7, \quad \text{sustituyendo "x"} \quad 2\left(\frac{57}{2}\right) + 4y = 7$$

$$57 + 4y = 7; \quad 4y = 7 - 57$$

$$4y = -50; \quad y = \frac{-50}{4} = -\frac{25}{2}$$

- Por lo tanto, el resultado del sistema es $x = \frac{57}{2}$ $y = \frac{25}{2}$

Sistemas de Ecuaciones con Dos o Tres Incógnitas

Sistemas de ecuaciones de 3 incógnitas: el método antes descrito se puede utilizar para resolver un sistema de 3 ecuaciones, solo que, en vez de eliminar una **variable**, tendremos que eliminar 2 variables, aunque el proceso es básicamente el mismo.

1. Escoger la variable a eliminar en primera instancia.
2. Tomar las ecuaciones 1 y 2 realizar el proceso para eliminar la variable.
3. Tomar ecuaciones 1 y 3 y realizar el mismo proceso.
4. Ahora tendremos 2 ecuaciones con 2 variables.
5. Procedemos a resolver para las 2 variables.
6. Una vez resuelto, se sustituyen los valores en una ecuación de las originales para obtener el valor restante.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}x + y + z &= 2 \\3x - 2y - z &= 4 \\-2x + y + 2z &= 2\end{aligned}$$

Sistemas de Ecuaciones con Dos o Tres Incógnitas

Solución:

1. En primer lugar, se puede eliminar Z de las ecuaciones 1 y 2.

$$\begin{aligned}x + y + z &= 2 \\ -2x + y + 2z &= 2 \\ 4x - y + 0 &= 6\end{aligned}$$

2. En segundo lugar, se puede eliminar Z de las ecuaciones 1 y 3.

$$\begin{aligned}x + y + z &= 2 \quad (-2) \\ -2x + y + 2z &= 2 \\ -4x - y + 0 &= -2\end{aligned}$$

3. Se resuelve el sistema resultante de 2 ecuaciones con 2 incógnitas.

$$\begin{aligned}4x - y + 0 &= 6 \\ -4x - y + 0 &= -2 \quad (-1) \\ 8x &= 8 \\ x &= 1\end{aligned}$$

4. Se sustituye el valor de x en una de las dos ecuaciones, para obtener el valor de y.

$$\begin{aligned}4x - y &= 6 \quad (\text{sustituir } x) \\ 4(1) - y &= 6 \\ 4 - y &= 6 \\ -y &= 6 - 4 \\ -y &= 2 \quad (-1) \\ y &= -2\end{aligned}$$

5. Ahora se sustituyen los valores encontrados en una de las tres primeras ecuaciones.

$$\begin{aligned}x + y + z &= 2 \\ 1 - 2 + z &= 2 \\ -1 + z &= 2 \\ z &= 2 + 1 \\ z &= 3\end{aligned}$$