

## 2.DISEÑO DE EXPERIMENTOS FACTORIAL COMPLETO



Como se ha mencionado anteriormente los diseños factoriales son los más utilizados en los experimentos con dos o más factores, es decir, con dos o más variables independientes, las cuales serán analizadas al ser consideradas por el investigador como variables que afectan al proceso.

Los valores en los que se puede trabajar con cada uno de los factores se les denomina niveles, es decir los niveles son el valor, puede ser cuantitativo o cualitativo, que puede tomar cada uno de los factores dentro del experimento.

En un diseño factorial, cada uno de los niveles de cada factor independiente se combina con cada uno de los niveles de los demás, para así realizar todas las combinaciones posibles. Cada una de las combinaciones se convierte en una condición para el experimento. Esto produce que los experimentos sean más eficientes, dado que se puede proporcionar información de los efectos de todos los factores en relación a los niveles de los otros [6]. Este efecto se define como, el cambio en la respuesta del experimento producido por un cambio de nivel en el factor [7].

Para realizar un diseño factorial se selecciona un número fijo de niveles para cada uno de los factores, y se corren los experimentos en todas las posibles combinaciones.

Los factores pueden ser tanto cualitativos como cuantitativos. Y los efectos que estos causan pueden ser de tres tipos, simples, principales y de interacción.

- Efectos simples: Se observan al comparar entre todos los niveles de un factor a un solo nivel del otro factor.
- Efectos principales: Se observan al comparar entre todos los niveles de un factor promediados para todos los niveles de otro factor.
- Efecto de interacción: Estos miden la diferencia entre los efectos simples de un factor a diferentes niveles de otros.

Para entender estas definiciones se muestra un ejemplo sencillo de los efectos de un diseño factorial en el que habrá dos factores, variables a estudiar, con dos niveles cada uno, valor en el que pueden fijarse las variables, y se estudiarán todas las

combinaciones posibles para estos factores y niveles. Los factores serán A (Tipo de mezcla) y B (Tipo de compactación), ya que el experimentador ha considerado que estas dos variables son las que más afectan al proceso y son más sencillas de manipular.

Lo niveles para estas dos variables serán denominados en este caso como nivel 1 y nivel 2, estos niveles representan cada uno de los tipos de mezcla y compactación con los que se puede trabajar para los factores seleccionados. Teniendo así para el factor A, A<sub>1</sub> y A<sub>2</sub>, y para el factor B, B<sub>1</sub> y B<sub>2</sub>.

Cada una de estas variables (factores) en sus respectivas condiciones de trabajo (niveles) proporcionan un efecto diferente en el experimento, estos efectos se miden en este caso, con el coeficiente de ruptura de cada una de las combinaciones en el experimento y se muestran en la siguiente Tabla 2 [6].

Tabla 2. Datos del ejemplo [6].

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>
A <sub>1</sub>	68	60
A <sub>2</sub>	65	97

Calculando así:

- **Efectos simples:** Comparamos todos los niveles de un factor, A en este caso, sobre un nivel de otro factor, B<sub>1</sub> primero y luego B<sub>2</sub>.
  - **Efecto simple de A sobre B<sub>1</sub> será:**  $I_1 = 65 - 68 = -3$
  - **Efecto simple de A sobre B<sub>2</sub> será:**  $I_2 = 97 - 60 = 37$
- **Efectos principales:** En primer lugar, se promedia los niveles del factor A para ambos niveles de B, posteriormente se compara entre ambos para calcular el efecto principal.
  - Media de A<sub>1</sub> para ambos niveles de B:  $\mu_1 = \frac{1}{2} \cdot (68 + 60) = 64$
  - Media de A<sub>2</sub> para ambos niveles de B:  $\mu_2 = \frac{1}{2} \cdot (65 + 97) = 81$
  - **Efecto principal:**  $I_3 = 81 - 64 = 17$
- **Efectos de interacción:** Se calcula al comparar los efectos simples de ambos factores.

**Efectos de interacción:**  $I_4 = I_2 - I_1 = 40$

Estos efectos se interpretarían de la siguiente forma:

- $I_1$ : La mezcla de tipo 1 tiene un mayor coeficiente de ruptura que la roca tipo 2 cuando se realiza la compactación tipo 1.
- $I_2$ : La mezcla de tipo 2 tiene un mayor coeficiente de ruptura que la roca tipo 1 cuando se realiza la compactación tipo 2.

La diferencia entre la interpretación del resultado de los efectos simples indica que los factores no actúan de forma independiente sobre la respuesta. Por lo que habrá que seguir estudiando la interacción de estos factores entre ellos.

- $I_3$ : La mezcla de tipo 2 tiene un mayor coeficiente de ruptura que la roca tipo 1.
- $I_4$ : Nos indica que el efecto del tipo de mezcla sobre la respuesta depende del tipo de compactación.

Así las ventajas del diseño factorial respecto a otros diseños serán la eficiencia, son más eficientes que analizar un solo factor a la vez, y la posibilidad de analizar las interacciones entre factores, evitando llegar a conclusiones erróneas cuando los factores no actúan de forma independiente [7].

Por ello, y como se ha mencionado anteriormente se utiliza para los experimentos en los que intervienen más de un factor a la vez, para analizar todas las combinaciones posibles de estos. Este tipo de diseño no sería útil en experimentos donde solo se analiza un factor.

## 2.1.DISEÑO FACTORIAL COMPLETO $2^k$

Son denominados diseño factorial  $2^k$  los diseños en los cuales cada uno de los factores cuenta con dos niveles, es decir cuando se realiza un experimento con un número de factores  $k$  en el que cada uno de estos solo puede adoptar dos niveles. Estos niveles podrían ser cuantitativos o cualitativos y una réplica completa de tal diseño requiere que realizar  $2^k$  combinaciones.

Estos efectos se interpretarían de la siguiente forma:

- $I_1$ : La mezcla de tipo 1 tiene un mayor coeficiente de ruptura que la roca tipo 2 cuando se realiza la compactación tipo 1.
- $I_2$ : La mezcla de tipo 2 tiene un mayor coeficiente de ruptura que la roca tipo 1 cuando se realiza la compactación tipo 2.

La diferencia entre la interpretación del resultado de los efectos simples indica que los factores no actúan de forma independiente sobre la respuesta. Por lo que habrá que seguir estudiando la interacción de estos factores entre ellos.

- $I_3$ : La mezcla de tipo 2 tiene un mayor coeficiente de ruptura que la roca tipo 1.
- $I_4$ : Nos indica que el efecto del tipo de mezcla sobre la respuesta depende del tipo de compactación.

Así las ventajas del diseño factorial respecto a otros diseños serán la eficiencia, son más eficientes que analizar un solo factor a la vez, y la posibilidad de analizar las interacciones entre factores, evitando llegar a conclusiones erróneas cuando los factores no actúan de forma independiente [7].

Por ello, y como se ha mencionado anteriormente se utiliza para los experimentos en los que intervienen más de un factor a la vez, para analizar todas las combinaciones posibles de estos. Este tipo de diseño no sería útil en experimentos donde solo se analiza un factor.

## 2.1.DISEÑO FACTORIAL COMPLETO $2^k$

Son denominados diseño factorial  $2^k$  los diseños en los cuales cada uno de los factores cuenta con dos niveles, es decir cuando se realiza un experimento con un número de factores  $k$  en el que cada uno de estos solo puede adoptar dos niveles. Estos niveles podrían ser cuantitativos o cualitativos y una réplica completa de tal diseño requiere que realizar  $2^k$  combinaciones.

Este diseño describe como realizar los experimentos de la forma más adecuada para conocer simultáneamente qué efecto tienen  $k$  factores sobre una respuesta y descubrir si interaccionan entre ellos [9].

Además, estos diseños presentan diferentes ventajas en relación a otros tipos de diseños [8].

- No es necesario un gran número de experimentos por cada uno de los factores a estudiar.
- Las observaciones producidas por los diseños se pueden interpretar utilizando el sentido común, la aritmética elemental y los gráficos por ordenador.
- Cuando se trata de factores cuantitativos se puede determinar una dirección prometedora para una mayor experimentación.
- Es posible aumentar los diseños cuando se necesita una exploración más focalizada.
- Es posible realizarlos de forma secuencial, de forma que una vez realizada una ronda del diseño factorial se puede montar una nueva para realizar una investigación más específica.

Como hemos mencionado, en este diseño se realizan todas las combinaciones posibles entre los efectos, para ello se crea la matriz de diseño. En ella se utilizan los signos  $-$  y  $+$  para ambos niveles de un factor y se realiza de la siguiente forma: en la primera columna se alternan los signos comenzando por el  $-$ . En la segunda columna se alternan los signos de dos en dos, en la tercera de cuatro en cuatro, en la cuarta de ocho en ocho y así sucesivamente. Siempre comenzando con el signo  $-$ .

Tabla 3. Matriz de diseño para un diseño factorial completo  $2^3$ . Elaboración propia.

Orden Std	Orden aleatorio	Factor A	Factor B	Factor C
1	1	-	-	-
2	8	+	-	-
3	4	-	+	-
4	3	+	+	-
5	6	-	-	+
6	2	+	-	+
7	7	-	+	+
8	5	+	+	+

Estos modelos pueden ser sin réplica o con ellas, es decir puede realizarse una sola vez cada una de las combinaciones obteniendo solamente una respuesta para cada una de las combinaciones o pueden realizarse el número de veces que se considere necesario obteniendo así más de una respuesta para cada combinación, en este caso habrá que tener en cuenta ambas respuestas.

El modelo más sencillo para el diseño factorial  $2^k$  es el modelo  $2^2$ , sin réplica, el cual cuenta con dos factores de dos niveles cada uno. Estos factores por ejemplos podrían ser A y B, los cuales tienen cada uno dos niveles a los que trabajar, alto y bajo denominados arbitrariamente. Las unidades experimentales se obtienen tomando las cuatro posibles combinaciones de ambos factores y replicándolo n veces, con  $n > 1$ .

Por convención el efecto de un factor se denota con su letra mayúscula y los niveles con + y -, para alto y bajo, obtendremos las siguientes respuestas para las posibles combinaciones:

Tabla 4. Nomenclatura más utilizada para las respuestas. Elaboración propia.

	B(-)	B(+)
A(-)	(1)	b
A(+)	a	ab

Así se podrán calcular los efectos principales de cada uno de los factores y de sus combinaciones, como:

$$A = \frac{1}{2 \cdot n} [(ab - b) + (a - (1))] \quad \text{Ecuación 1}$$

$$B = \frac{1}{2 \cdot n} [(ab - a) + (b - (1))] \quad \text{Ecuación 2}$$

$$AB = \frac{1}{2 \cdot n} [(ab - a) + ((1) - b)] \quad \text{Ecuación 3}$$

Las conclusiones de estos efectos dependerán de que es lo que miden, se examina su magnitud y su dirección con el fin de poder determinar cuáles serán los niveles que causan el efecto deseado en nuestro experimento, así como si estos efectos son de importancia o pueden despreciarse.

El modelo que sigue este diseño será:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad \text{Ecuación 4}$$

Siendo  $\mu$  el efecto promedio global,  $\tau_i$  el efecto del nivel i-ésimo del factor A,  $\beta_j$  el nivel j-ésimo del factor B,  $(\tau\beta)_{ij}$  el efecto de la interacción entre  $\tau_i$  y  $\beta_j$ , y  $\varepsilon_{ijk}$  un componente del error aleatorio. Con  $i=1,2$ ;  $j=1,2$ ;  $k=1\dots n$ .

Además de cada factor también se puede realizar un análisis de varianza, para ello se calculan los contrastes de los factores, o también llamados los efectos totales con las Ecuaciones 5, 6 y 7. La suma de los cuadrados de los contrastes, la cual muestra información sobre la importancia de los efectos principales o combinaciones, es igual al cuadrado del contraste dividido por el número de observaciones en cada total multiplicado por la suma de cuadrados de los coeficientes del contraste, como se muestra en las Ecuaciones 9, 10 y 11. [7].



$$\text{Contraste}_A = ab + a - b - (1) \quad \text{Ecuación 5}$$

$$\text{Contraste}_B = ab + b - a - (1) \quad \text{Ecuación 6}$$

$$\text{Contraste}_{AB} = ab + (1) - a - b \quad \text{Ecuación 7}$$

$$SS_A = \frac{[ab+a-b-(1)]^2}{4n} \quad \text{Ecuación 8}$$

$$SS_B = \frac{[ab+b-a-(1)]^2}{4n} \quad \text{Ecuación 9}$$

$$SS_{AB} = \frac{[ab+(1)-a-b]^2}{4n} \quad \text{Ecuación 10}$$

Estas Ecuaciones 5,6,7,8,9 y 10 podrían aplicarse a cualquier modelo  $2^k$  como:

$$\text{Contraste}_{AB\dots K} = (a \pm 1)(b \pm 1) \dots (k \pm 1) \quad \text{Ecuación 11}$$

$$AB \dots K = \frac{2}{2^{k \cdot n}} (\text{Contraste}_{AB\dots K}) \quad \text{Ecuación 12}$$

$$SS_{AB\dots K} = \frac{2}{2^{k \cdot n}} (\text{Contraste}_{AB\dots K})^2 \quad \text{Ecuación 13}$$

Además de los cálculos mencionados en este tipo de diseño es muy importante la interpretación de las gráficas correspondientes a los efectos de los factores, así como las de las combinaciones entre estos.

Para que todos estos conceptos mencionados queden claros y se pueda mostrar cómo se interpretan los resultados de estos cálculos, se realizarán dos ejemplos de diseño factorial  $2^k$ , uno con cálculos manuales y otro utilizando el programa Minitab 19. En ellos también se introducen algunos conceptos nuevos que se van explicando a lo largo de los ejemplos.

## 2.2.EJEMPLO DISEÑO FACTORIAL 2<sup>k</sup> CON CÁLCULOS MANUALES

Una empresa embotelladora de refrescos está interesada en obtener alturas de llenado más uniformes en las botellas que se fabrican en su proceso de manufactura. Teóricamente, la máquina de llenado llena cada botella a la altura objetivo correcta, pero en la práctica existe variación entorno a este objetivo, y a la embotelladora le gustaría entender mejor las fuentes de esta variabilidad, así como reducirla.

El ingeniero del proceso puede controlar tres variables durante el proceso de llenado, es decir los factores. Estos serán: el porcentaje de carbonatación (A), la presión de operación en el llenador (B) y la rapidez de la línea, botellas producidas por minuto (C). Para cada una de ellas cuenta con dos valores a los que las puede ajustar, estos serán los niveles de los factores pues [7].

*Tabla 5. Niveles de cada parámetro del ejemplo manual 2<sup>k</sup>. [7]*

Nivel	Carbonatación(A)	Presión (B)	Rapidez(C)
-1	10 psi	25 psi	200 bpm
+1	12 psi	30 psi	250 bpm

El objetivo de este experimento es estudiar la variabilidad del embotellado a partir de la desviación de la altura de llenado de especificación, realizando para ello un experimento factorial 2<sup>3</sup>, este conlleva realizar 2<sup>3</sup>= 8 combinaciones de los tres factores.

El ingeniero tiene los recursos en la empresa para realizar hasta 16 experimentos, por lo que realiza dos réplicas de cada uno de los experimentos de manera aleatoria, obteniendo los siguientes resultados:

Tabla 6. Matriz de diseño del ejemplo manual 2<sup>3</sup>. [7]

Corrida	Factores			Respuesta		
	(A)	(B)	(C)	Réplica 1	Réplica 2	ΣRéplicas
1	-1	-1	-1	-3	-1	-4
2	1	-1	-1	0	1	1
3	-1	1	-1	-1	0	-1
4	1	1	-1	2	3	5
5	-1	-1	1	-1	0	-1
6	1	-1	1	2	1	3
7	-1	1	1	1	1	2
8	1	1	1	6	5	11

Así a partir de la Ecuación 12, se calculan los efectos de los factores de la siguiente forma:

$$A = \frac{1}{4 \cdot n} [a - (1) + ab - b + ac - c + abc - bc] = \frac{1}{8} [1 - (-4) + 5 - (-1) + 3 - (-1) + 11 - 2] = 3$$

$$B = \frac{1}{4 \cdot n} [b + ab + bc + abc - (1) - a - c - ac] = \frac{1}{8} [(-1) + 5 + 2 + 11 - (-4) - 1 - (-1) - 3] = 2,25$$

$$C = \frac{1}{4 \cdot n} [c + ac + bc + abc - (1) - a - b - ab] = \frac{1}{8} [(-1) + 3 + 2 + 11 - (-4) - 1 - (-1) - 5] = 1,75$$

$$AB = \frac{1}{4 \cdot n} [ab - a - b + (1) + abc - bc - ac + c] = \frac{1}{8} [5 - 1 - (-1) + (-4) + 11 - 2 - 3 + (-1)] = 0,75$$

$$AC = \frac{1}{4 \cdot n} [(1) - a + b - ab - c + ac - bc + abc] = \frac{1}{8} [(-4) - 1 + (-1) - 5 - (-1) + 3 - 2 + 11] = 0,25$$

$$BC = \frac{1}{4 \cdot n} [(1) + a - b - ab - c - ac + bc + abc] = \frac{1}{8} [(-4) + 1 - (-1) - 5 - (-1) - 3 + 2 + 11] = 0,5$$

$$ABC = \frac{1}{4 \cdot n} [abc - bc - ac + c - ab + b + a - (1)] = \frac{1}{8} [11 - 2 - 3 + (-1) + 1 - (-4)] = 0,5$$

Se observa que los efectos más grandes son para la carbonatación (A=3), la presión (B=2,25) y la velocidad (C=1,75) así como la interacción carbonatación-presión (AB=0,75), si bien el efecto de esta parece tener un menor impacto sobre la desviación que los efectos principales.

Las sumas de los cuadrados se calculan a partir de la Ecuación 13:

$$SS_A = \frac{[24]^2}{16} = 36$$

$$SS_{AC} = \frac{[2]^2}{16} = 0,25$$

$$SS_B = \frac{[18]^2}{16} = 20,25$$

$$SS_{BC} = \frac{[4]^2}{16} = 1$$

$$SS_C = \frac{[14]^2}{16} = 12,25$$

$$SS_{ABC} = \frac{[4]^2}{16} = 1$$

$$SS_{AB} = \frac{[6]^2}{16} = 2,25$$

Se observa como los efectos principales  $SS_A$ ,  $SS_B$  y  $SS_C$  dominan en realidad el proceso, tienen un valor de la suma de cuadrados muy superior a las combinaciones de factores.

**Por lo que se puede concluir que los efectos principales son altamente significativos en este proceso, y hay una ligera interacción entre la carbonatación y la presión.**

### **2.3.EJEMPLO DISEÑO FACTORIAL 2<sup>k</sup> UTILIZANDO MINITAB 19**

En este ejemplo se lleva a cabo el estudio de una reacción química de síntesis catalizada, y el investigador quiere comprobar que efecto tienen en ella las variables de tiempo de reacción y temperatura del proceso, así como si es importante la elección del catalizador, puesto que cuenta con dos catalizadores que puede utilizar.

Por ello, llevará a cabo un diseño factorial en el cual los factores serán las tres variables mencionadas anteriormente, tanto el tiempo como la temperatura son variables que puede adoptar dos medidas en las que se pueden ajustar, por lo que todos los factores de la reacción contarán con dos niveles [10] [11] [12] [13].

Los factores y niveles que se van a utilizar se muestran en la Tabla 7

Tabla 7

Tabla 7. Niveles y factores del ejemplo 2<sup>3</sup>. Elaboración propia.

Factores	Nivel (-)	Nivel (+)
A: Tiempo	6 h	8 h
B: Temperatura	40 °C	80°C
C: Catalizador	C <sub>A</sub>	C <sub>B</sub>

Se realiza un diseño factorial 2<sup>3</sup> con solo una réplica, dado que el investigador no tiene recursos suficientes para realizar más réplicas. Se realizan de forma aleatoria los experimentos, esto es muy importante dado que así se intenta evitar que el efecto de que un factor esté confundido con el de otro factor no intencionado y se introduzca sesgo en los valores de los efectos. Para llevar a cabo el diseño factorial se utiliza la herramienta Minitab19, esta proporciona directamente las respuestas de los efectos, así como de las interacciones, sin necesidad de realizar los cálculos de forma manual. En la Tabla 8 se muestra el resumen de este diseño. En el Anexo I se muestra cómo utilizar Minitab 19 para conseguir estos resultados.

Tabla 8. Resumen del diseño en Minitab 19 para el ejemplo 2<sup>k</sup>. Elaboración propia.

Factores : 3	Diseño de la base: 3;8
Corridas : 8	Réplicas : 1
Bloques: 1	Puntos centrales: 0

En la Tabla 9 se muestra la matriz del diseño factorial con las respuestas dadas para cada una de las combinaciones de los factores, es decir para cada experimento realizado. Las ocho respuestas se pueden combinar para obtener información, el valor medio, tres efectos principales, tres efectos de interacción entre dos factores y un efecto de interacción de tres factores. En la Tabla 10 se muestran los resultados de estas ocho combinaciones. El cálculo de estos efectos ha sido realizado a partir de las respuestas de todos los experimentos, dado que así se reduce la incertidumbre del valor estimado.

Tabla 9. Matriz de diseño del experimento para el ejemplo 2<sup>k</sup>. Elaboración propia.

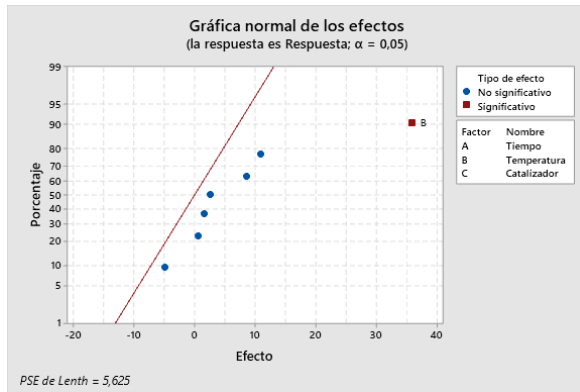
Nº aleatorio	Nº experimento	Tiempo	Temperatura	Catalizador	Rendimiento(%)
3	1	-	-	-	49
5	2	+	-	-	54
7	3	-	+	-	73
4	4	+	+	-	80
8	5	-	-	+	31
1	6	+	-	+	40
6	7	-	+	+	76
2	8	+	+	+	89

Tabla 10. Resultado del cálculo de efectos en Minitab 19 para el ejemplo 2<sup>k</sup>. Elaboración propia.

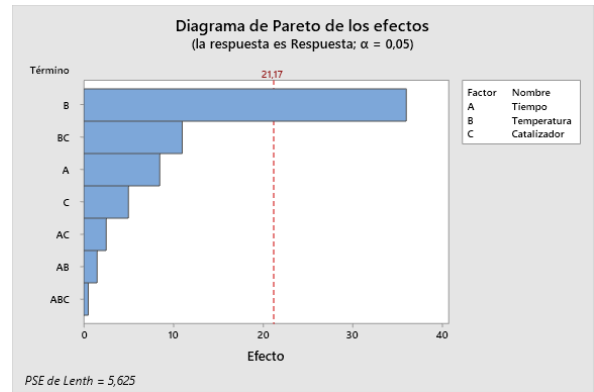
Término	Efecto	Coef	EE del coef.	Valor T	Valor p	FIV
Constante		61,50	*	*	*	
Tiempo	8,50	4,250	*	*	*	1,00
Temperatura	36,0	18,0	*	*	*	1,00
Catalizador	-5,00	-2,50	*	*	*	1,00
Tiempo*Temperatura	1,50	0,75	*	*	*	1,00
Tiempo*Catalizador	2,50	1,25	*	*	*	1,00
Temperatura*Catalizador	11,00	5,50	*	*	*	1,00
Tiempo*Temperatura*Catalizador	0,50	0,25	*	*	*	1,00

En la Tabla 10 se muestra el valor de la Constante, 61,5. Este es el valor alrededor del cual han variado las respuestas, es decir, muestra alrededor de que rendimiento se encuentran las respuestas de las diferentes combinaciones.

Con la herramienta Minitab19 se puede observar el efecto de estos factores, así como de sus combinaciones de una forma más gráfica, lo cual hace posible una mejor interpretación de los resultados. Para ello se pueden utilizar diferentes tipos de gráficos.



Gráfica 1. Gráfica normal de los efectos del ejemplo 2<sup>k</sup>.  
Elaboración propia.



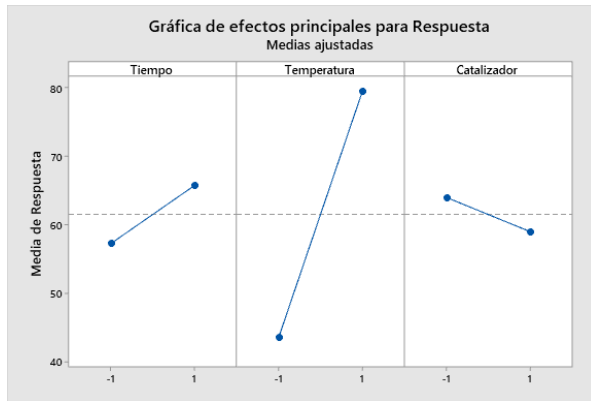
Gráfica 2. Diagrama de Pareto de los efectos del ejemplo 2<sup>k</sup>.  
Elaboración propia.

En ambas gráficas se observa como el factor principal que muestra un mayor efecto es la Temperatura, algo que también se mostraba con valor numérico la Tabla 10

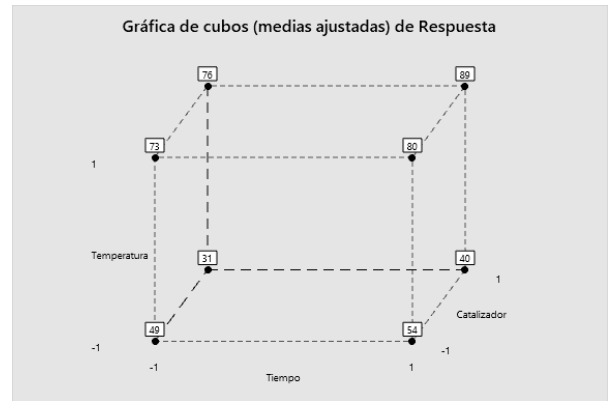
En la gráfica normal, los valores significativos aparecen en color rojo alejados de la recta de efecto-porcentaje. Pero también se deben tener en cuenta los valores, que a pesar de no estar suficiente alejados de la recta para considerarse significativos y estar en rojo, si se encuentran más alejados que el resto, estos valores tendrán un efecto importante en la respuesta también.

En el diagrama de Pareto se observan por orden, de mayor a menor efecto, los factores o combinaciones. Los factores que superar la franja roja son los denominados factores significativos, sin embargo, al igual que en el caso anterior, se deben de tener en cuenta los valores que tienen mayor efecto que el resto a pesar de no llegar a ser significativos como tal.

Un valor de efecto igual a 36 indica que al variar la temperatura de 40 °C a 80°C el rendimiento aumenta en esa cantidad. El signo de este valor indica si aumenta o disminuye la respuesta. Al observar también la Gráfica 3 se puede llegar esa conclusión dado que nos muestra como el efecto significativo es la Temperatura, además de indicarnos que este cambio es en orden creciente, es decir la temperatura aumenta y el rendimiento también.



Gráfica 3. Efectos principales del ejemplo 2<sup>k</sup>. Elaboración propia.



Gráfica 4. Diagrama de cubos para los efectos. Elaboración propia.

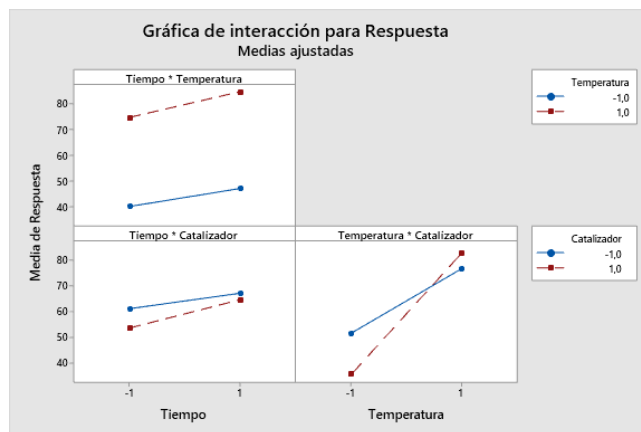
Por otro lado, también se observa que, para el factor catalizador, el efecto es negativo por lo que el rendimiento disminuye al cambiar del catalizador  $C_A$  al  $C_B$ . Y el tiempo tiene un efecto positivo, por lo que al aumentarlo aumenta el rendimiento.

Para una mejor interpretación de los efectos es interesante utilizar también la Gráfica 4 para el efecto de la temperatura se debe considerar la cara superior del cubo frente a la inferior.

Observando entonces solo los efectos principales se ha llegado a las conclusiones de que las mejores condiciones serán valores altos de tiempo y temperatura utilizando el Catalizador  $C_A$ . Sin embargo, para no llegar a una conclusión errónea en el experimento es necesario considerar los efectos de las interacciones.

Los efectos de las interacciones miden la influencia que tienen las combinaciones de los factores en la respuesta. Para observar estas interacciones de forma gráfica Minitab 19 proporciona una gráfica de interacciones como se muestra en la Gráfica 5





Gráfica 5. Interacciones de los factores Elaboración propia.

En la Tabla 10 se muestra que el valor de la interacción Temperatura\*Catalizador tiene un efecto con un valor alto en la respuesta, al observar la Gráfica 5 esta muestra como el mayor rendimiento se encuentra cuando se utiliza el catalizador B a una temperatura elevada.

Se observa como el efecto de la temperatura depende del Catalizador que se utilice y viceversa, esto ocurre con todos los factores implicados en el experimento.

El resto de interacciones tienen un efecto con valor más pequeño, lo que significa que causan menos efecto en la respuesta.

El valor de la interacción de los tres factores tiene un valor muy pequeño comparado con los otros dos factores, como se observa en la Tabla 10 este valor es solo de 0,5, es habitual que sean cada vez menos importantes cuantos más factores se consideran en la interacción.

**En conclusión, estos experimentos han permitido descubrir que el rendimiento mejora al aumentar el tiempo de reacción y la temperatura, así como que el catalizador C<sub>B</sub> proporciona mayores rendimientos, pero solo a temperaturas altas. Esto puede observarse de una forma más visual en la Gráfica 4, donde muestra como en la interacción de los tres factores el rendimiento más alto, 89 %, se da con un tiempo elevado, temperatura elevada y catalizador C<sub>B</sub>.**