Definición de la Distribución Normal. Propiedades de la Distribución Normal

Existe una variedad de distribuciones de probabilidad, tanto discretas como continuas. Una de estas distribuciones es la *Distribución Normal.*

Distribución Normal

La *Distribución Normal* con parámetros μ y σ, tiene la *fdp*

$$f(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} 1_{(-\infty,\infty)}(x)$$

En particular, si $\mu = 0$ y $\sigma = 1$, se denomina *Distribución Normal Estándar* y se denota como *Z*.

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} 1_{(-\infty,\infty)}(z)$$

Si X se distribuye normal con media μ y desviación estándar σ, se denotará como $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma)$.

En la *fdp* de una distribución normal los parámetros μ y σ aparecen de manera explícita. Este no es el caso para la mayoría de las distribuciones de probabilidad.

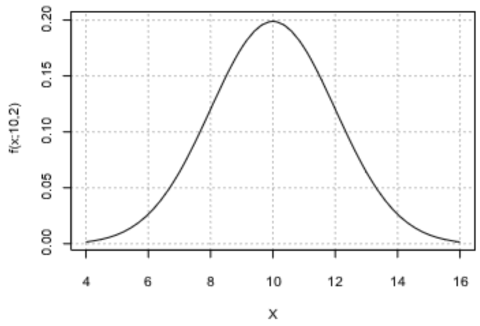
La *fdp* de una distribución normal es simétrica respecto a μ y aproximadamente el 0.997 de probabilidad se acumula en el intervalo $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$. La gráfica de la *fdp* para $X \sim \mathbf{N}(10, 2)$.

Una de las propiedades de la distribución normal es que las probabilidades acumuladas son proporcionales a su desviación estándar. Esto permite, entre otras cosas, obtener probabilidades acumuladas de $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma)$ a través de $Z \sim \mathrm{N}(0, 1)$, esto es $P[X \in (a, b)] = P[Z \in (a', b')]$, donde a' y b' se obtienen a través de un proceso de estandarización. Esto es, si w es un valor de X, su correspondiente valor estandarizado w' en Z es:

$$\omega = \frac{\omega - \mu}{\sigma} \qquad (3.1)$$

lo que garantiza

$F(w; \mu, \sigma) = F(w^{'}, 0, 1)$



Ejemplo: Sea a = 6 un valor de la variable aleatoria X ~ N (10, 2). Entonces, utilizando la ecuación, su correspondiente valor estandarizado es:

$$a = \frac{6-10}{2} = -2$$

Por lo tanto:

$$F(6;\ 10,2)\ =\ F(-2;\ 0,1)$$

Dado que la *fda* no es integrable de manera analítica, para el cálculo de probabilidades acumuladas se utiliza software especializado o bien tablas. Así mismo, existen diversas formas de organizar tablas de probabilidad acumulada. Algunas dan el valor acumulado a la izquierda del valor de referencia y otras a la derecha.

Para ser consistentes con el concepto de probabilidad acumulada, se utilizarán tablas de probabilidad acumulada desde −∞ hasta el valor de referencia. Dada la simetría de la densidad normal, para obtener valores acumulados de probabilidad de Z ~ N (0,1) a partir de tablas, se tomarán valores $0 \leq z \leq 3$.

	$P[Z \leq z]$				
z	0.00	0.01	0.02	⋯	0.09
0.0	0.50000	0.5040	0.5080	⋯	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	⋯	0.5753
.	.	.	.	⋱	.
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	⋯	0.9441
.	.	.	.	⋱	.
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	⋯	0.9990

Referencias:

(2014). Distribuciones de probabilidad. Recuperado a partir de: https://www.sergas.es/Saude-publica/Documents/1899/Ayuda_Epidat_4_Distribuciones_de_probabilidad_Octubre2014.pdf