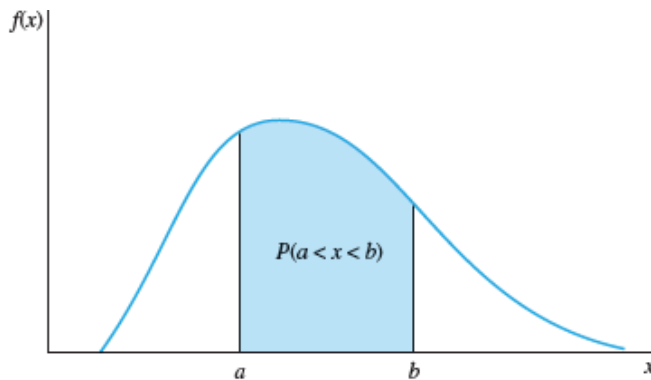


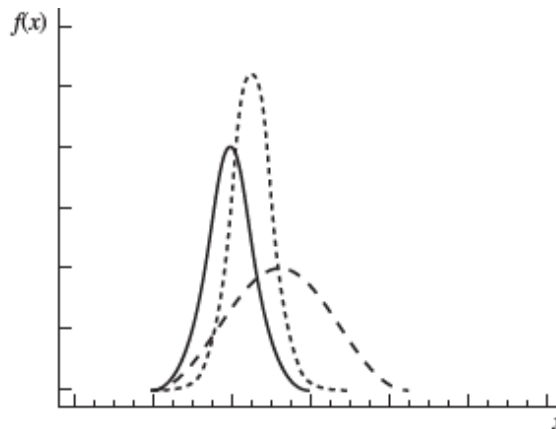
# Estandarización

Para hallar la probabilidad de que una variable aleatoria normal  $x$  se encuentre en el intervalo de  $a$  a  $b$ , necesitamos hallar el área bajo la curva normal entre los puntos  $a$  y  $b$ . No obstante, hay un número infinitamente grande de distribuciones normales, uno para cada media y desviación estándar diferentes. Una tabla separada de áreas para cada una de estas curvas es obviamente impráctica; en cambio, usamos un procedimiento de estandarización que nos permite usar la misma tabla para todas las distribuciones normales.

La distribución de probabilidad  $f(x)$ ;  $P(a < x < b)$  es igual al área sombreada bajo la curva



Distribuciones normales de probabilidad con valores de  $\mu$  y  $\sigma$  que difieren



## La variable aleatoria normal estándar

Una variable aleatoria normal  $x$  está **estandarizada** al expresar su valor como el número de desviaciones estándar ( $\sigma$ ) que se encuentran a la izquierda o derecha de su media  $\mu$ . Éste es realmente sólo un cambio en las unidades de medida que usamos, como si estuviéramos midiendo en pulgadas en lugar de pies. La variable aleatoria normal estandarizada,  $z$ , se define como:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

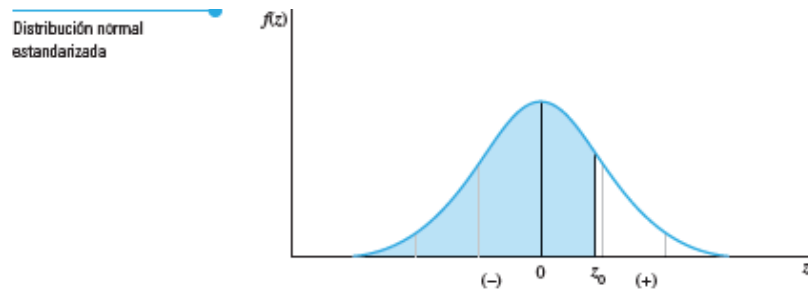
o bien, lo que es equivalente,

$$x = \mu + z\sigma$$

De la fórmula para  $z$ , podemos sacar estas conclusiones:

- Cuando  $x$  es menor que la media  $\mu$ , el valor de  $z$  es negativo.
- Cuando  $x$  es mayor que la media  $\mu$ , el valor de  $z$  es positivo.
- Cuando  $x = \mu$ , el valor de  $z = 0$ .

La distribución de probabilidad para  $z$ , se denomina **distribución normal estandarizada** porque su media es 0 y su desviación estándar es 1. Los valores de  $z$  del lado izquierdo de la curva son negativos, en tanto que los del lado derecho son positivos. El área bajo la curva normal estándar a la izquierda de un valor especificado de  $z$ , por ejemplo  $z_0$ , es la probabilidad  $P(z \leq z_0)$ . Esta **área acumulativa** se muestra como el área sombreada, en la tabla 3 contiene valores positivos y negativos de  $z$ . La columna izquierda de la tabla da el valor de  $z$  correcto al décimo lugar; el segundo lugar decimal para  $z$ , correspondiente a las centenas, se da en el renglón superior.



**TABLA 3** Áreas bajo la curva normal

<i>z</i>	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4980	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

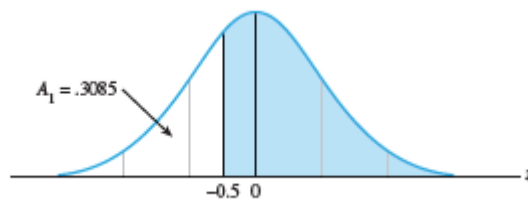
**TABLA 3** (continuación)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

**Ejemplo:**

Las áreas a la izquierda de  $z = 0$  se encuentran usando valores negativos de  $z$ . Encuentre  $P(z \geq -0.5)$ . Esta probabilidad corresponde al área a la *derecha* de un punto  $z = -0.5$  de desviación estándar a la izquierda de la media.

Área bajo la curva normal estándar para el ejemplo



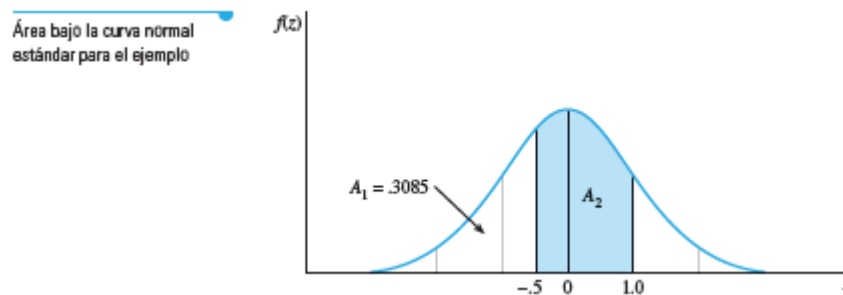
**Solución:**

El área dada en la tabla 3 es el área a la izquierda de un valor especificado de  $z$ . Haciendo un índice de  $z = -0.5$  en la tabla 3, podemos hallar que el área  $A_1$  a la izquierda de  $-0.5$  es 0.3085.

Como el área bajo la curva es 1, encontramos  $P(z \geq -0.5) = 1 - A_1 = 1 - 0.3085 = 0.6915$ .

**Actividad:**

Encuentre  $P(-0.5 \leq z \leq 1.0)$ . Esta probabilidad es el área entre  $z = -0.5$  y  $z = 1.0$ .

**Solución:**

El área pedida es el área sombreada  $A_2$  en la figura. De la tabla 3 del apéndice I, se puede hallar el área a la izquierda de  $z = -0.5$  ( $A_1 = 0.3085$ ) y el área a la izquierda de  $z = 1.0$  ( $A_1 + A_2 = 0.8413$ ). Para hallar el área marcada  $A_2$ , restamos las dos entradas:

$$A_2 = (A_1 + A_2) - A_1 = 0.8413 - 0.3085 = 0.5328$$

Esto es,  $P(-0.5 \leq z \leq 1.0) = 0.5328$ .

**Referencias:**

(2014). *Distribuciones de probabilidad*. Recuperado a partir de: [https://www.sergas.es/Saude-publica/Documents/1899/Ayuda\\_Epidat\\_4\\_Distribuciones\\_de\\_probabilidad\\_Octubre2014.pdf](https://www.sergas.es/Saude-publica/Documents/1899/Ayuda_Epidat_4_Distribuciones_de_probabilidad_Octubre2014.pdf)