Prueba de Hipótesis: Media

En la mayor parte de los problemas prácticos, no se tiene información específica respecto a los valores alternativos de la media en caso de que el valor que se prueba no sea el verdadero. La situación más común es aquella en que todos los demás valores son posibles. Para tales problemas, la formula correspondiente toma la forma

$$\begin{gathered}(2)\\ H_o: \mu = \mu_0 \\ H_1: \mu \neq \mu_0\end{gathered}$$

Aquí μ_0 indica el valor particular que se prueba. Existen muchos problemas prácticos, sin embargo, en que se tiene certeza de que si la media no es igual al valor postulado bajo H_o entonces su valor debe ser mayor que el postulado. Para tales problemas (2) se sustituirá por

$$\begin{gathered}(3)\\ H_o: \mu = \mu_0 \\ H_1: \mu > \mu_0\end{gathered}$$

Para problema en que se tiene la certeza de que si la media no es igual a μ_0, entonces el valor debe ser menor que μ_0, se sustituirá, naturalmente $\mu > \mu_0$ por $\mu < \mu_0$ en (3).

Ejemplo 1. *Supóngase que una ciudad ha estado comprando focos de la marca A por varios años, pero se está considerando cambiar a la marca B por su mejor precio, y siempre que los vendedores de la marca B demuestren que su producto es tan bueno como el de la marca A. La experiencia de varios años ha demostrado que los focos de la marca A tienen una vida media de 1,180 h con* *una desviación estándar de 90 h. Para probar la pretensión de los vendedores de la marca B, se probaron 100 de esos focos comprados en tiendas ordinarias al menudeo. La muestra arrojó los valores de* $\bar{x} = 1{,}140$ *y* $s = 80$*. Puesto que el tiempo de vida de encendido es una buena media de la ciudad, el problema ahora es probar la hipótesis de que la media de la marca B es igual al valor de la marca A contra la hipótesis alternativa de que tenga un valor más pequeño. Si la media de la marca B está indicada por* μ*, la prueba tomará la forma de (3) con la desigualdad invertida, es decir,*

$$H_o\colon \mu = 1{,}180$$
$$H_1\colon \mu < 1{,}180$$

Esta alternativa se ha seleccionado debido a que se consideraba que, si la cantidad de los focos de la marca B no era la misma que la de marca A, entonces la marca B seria de calidad inferior a la de A. Los vendedores no van a hablar mal de sus productos; por lo tanto, si estos están diciendo la verdad, H_o será cierta. Si es el caso contrario, su marca será de inferior calidad debido a que ningún vendedor sería tan estúpido para pretender igualdad con la competencia, si de hecho pudieran pretender superioridad en su producto.

Ahora bien, el sentido común sugiere que mientras más lejos se encuentre $\bar{x}$ *a la izquierda de la media postulada, 1 180, menos debe creerse en la veracidad de* H_o *y más en que un valor más pequeño de* μ*, sea la media verdadera. Así pues, resulta claro que la región critica debe consistir en valores pequeños de* $\bar{x}$ *y, por lo tanto, en aquella parte del eje* $\bar{x}$ *a la izquierda de algún punto* $\bar{x}_0$*. El problema, pues, es determinar el punto* $\bar{x}_0$ *de manera que el valor de* α *sea 0.05.*

$$\sigma_{x-} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{100}} = \frac{\sigma}{10}$$

Si se supone que la variabilidad de los focos marca B es la misma que para los de la marca A, entonces σ *= 90, y*

$$\sigma_{x-} = \frac{90}{10} = 9$$

Puesto que el 5% del área de la cola izquierda de una curva normal estándar se encuentra a la izquierda del punto z = -1.64, se infiere que $\bar{x}_0$ *es un punto a 1.64 desviaciones estándar a la izquierda de la media* $\mu = 1{,}180$*. Puesto que la desviación estándar aquí es* $\sigma_x = 9$*, la región crítica deseada es aquella parte del eje* $\bar{x}$ *a la izquierda de*

$$1{,}180 - 1.64(9) \doteqdot 1{,}165$$

Estos resultados aparecen en la figura 1. Si se desea usar álgebra para obtener el valor de $\bar{x}_0$, puede escribirse la ecuación

$$-1.64 = \frac{\bar{x} - 1{,}180}{9}$$

Resolviendo para $\bar{x}$*, se obtendrá naturalmente la solución* $\bar{x}_0 = 1{,}165$*.*

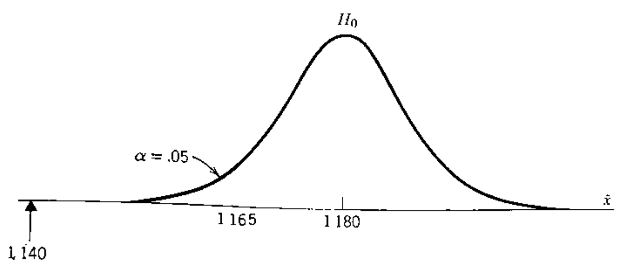

Figura 1. Región crítica para pruebas de H_0

Ahora que se ha seleccionado la región critica se puede proceder la prueba de hipótesis H_o. Puesto que el valor de la muestra $\bar{x} = 1{,}140$ se encuentra dentro de la región critica, se rechazará la hipótesis H_o. Parece cierto que una medida de muestra tan baja como 1,140 no se podría haber obtenido de una muestra al azar de tamaño 100, tomada de una población con media 1,180. Esto implica que los vendedores de los focos de la marca B no se justifican en su pretensión de igualdad de calidad de la marca A. Puesto que es casi seguro que μ es menor que 1 180, debe considerarse en seguida la cuestión de que tanto menos.

Si se deseara una estimación por punto μ, entonces naturalmente $\bar{x} = 1{,}140$ se seleccionaría como estimación. Se podría también encontrar un intervalo de confianza para μ y determinar las diferencias máxima y mínima que existen probablemente entre las dos medias de población. Tales consideraciones serían necesarias antes que se pudieran decidir si el precio más bajo para la marca B compensa su calidad inferior.

Las soluciones de problemas reales por métodos estadísticos requieren generalmente estas consideraciones.

Referencias:

Antonio, J. (2019). Comprendamos las pruebas de hipótesis: Por qué es necesario utilizar pruebas de hipótesis en estadística. Recuperado a partir de: www.addlink.es. https://www.addlink.es/noticias/minitab/2870-comprendamos-las-pruebas-de-hipotesis-por-que-es-necesario-utilizar-pruebas-de-hipotesis-en-estadistica

Hoel, P. G. (1984). Elementary Statistics. John Wiley & Sons.