

Colisiones Elásticas e Inelásticas

Las colisiones o choque se clasifican en:

Una colisión o choque en la cual los cuerpos se mantienen juntos después de chocar se denomina colisión perfectamente inelástica. Los cuerpos no rebotan en lo absoluto, quedan unidos o acoplados y la cantidad de movimiento inicial (antes del choque) se mantiene constante después del choque. Lo que no se conserva la energía cinética, pues durante el choque parte de la energía cinética se transforma en calor o bien ocasiona una deformación en los cuerpos. Si conocemos la cantidad de movimiento total del sistema antes de la colisión, como en el ejemplo de las esferas anteriores y despreciando las fuerzas externas, se puede calcular como se mostró en el ejemplo, la cantidad de movimiento y velocidad final de los cuerpos ahora juntos.

Por ejemplo, cuando chocan dos vehículos que se desplazan en direcciones diferentes, o bien uno de ellos se encuentra en reposo, si quedan enganchados se desplazan juntos. Otro ejemplo es cuando un vagón de ferrocarril se aproxima a otro que se encuentra en reposo, ambos se desplazarán juntos. La mayor parte de las colisiones implican alguna fuerza externa. Las bolas de billar de los ejemplos guiados anteriores, no conservan indefinidamente la cantidad de movimiento que se les imparte, pues están sujetas a la fricción con la mesa y el aire, pero estas fuerzas externas suelen ser insignificantes durante la colisión, de tal modo que la cantidad de movimiento total no cambia durante la colisión. También en el ejemplo de los vagones de tren, al chocar, la cantidad de movimiento antes de la colisión es la misma que después de ella. Cuando los restos de los vagones del tren se deslizan

Colisiones Elásticas e Inelásticas

sobre el pavimento, después de la colisión, la fricción suministra un impulso que reduce su cantidad de movimiento (Hewitt, 1999).

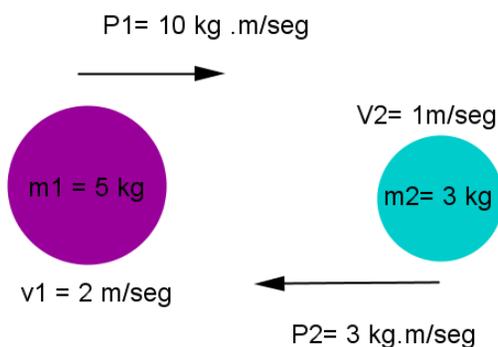
Se cumple, pues, en los choques inelásticos que:

Cantidad de mov. total antes de la colisión = Cantidad de movimiento total después de la colisión. O en forma de ecuación:

$$(mv \text{ total}) \text{ antes} = (mv \text{ total}) \text{ después}$$

EJEMPLO GUIADO NÚMERO 2

En el caso en el que dos esferas de metal chocan entre sí, una de ellas es de 5 kg y la otra de 3 kg como indica la figura:



Al calcular el valor de $P_{\text{total}} = 10 \text{ kg.m/seg} - 3 \text{ kg.m/seg} = 7 \text{ kg.m/seg} \rightarrow$

Colisiones Elásticas e Inelásticas

Después del choque su velocidad será:

Datos:

Fórmula

Despeje

$$V = ?$$

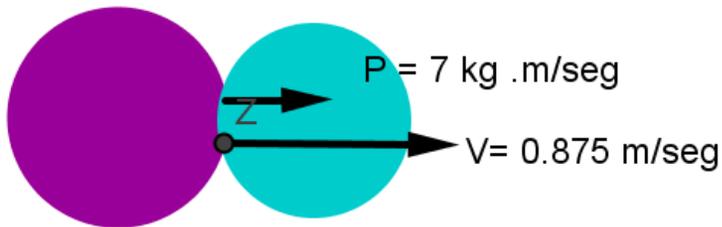
$$P = mv$$

$$v = \frac{P_{total}}{m_{total}} = \frac{7 \text{ kg.m/seg}}{8 \text{ kg}} = 0.875$$

m/seg

$$m = m_1 + m_2 = 8 \text{ kg}$$

La velocidad que adquieren las dos esferas inmediatamente después del choque es de 0.875 m/seg



Cuando los cuerpos rebotan en una colisión se denomina una colisión elástica o parcialmente inelástica. La diferencia se encuentra en la energía, en una colisión elástica no se pierde energía mientras que en la parcialmente inelástica se pierde parte de la energía, pero los cuerpos no se mantienen juntos (Griffith, 2008).

Colisiones Elásticas e Inelásticas

Por ejemplo, cuando una bola de billar en movimiento choca de frente con otra en reposo, la primera queda en reposo y la segunda se aleja con velocidad inicial igual a la velocidad de la primera. La cantidad de movimiento de la primera bola se transfiere a la segunda.

Una colisión perfectamente elástica es aquella en la cual la suma de la EC traslacional de los objetos no cambia durante la colisión. Así es que en el caso de dos objetos:

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

De donde m = masa, u_1 y u_2 son las velocidades antes del choque y v_1 y v_2 son las velocidades después del choque.

Y si de la ecuación anterior multiplicamos todo por 2 se obtiene:

$$(2)(\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2)$$

$$\text{Se obtiene: } m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$$

$$\text{Y ordenando: } m_1 u_1^2 - m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2 - m_2 u_2^2$$

$$\text{Factorizando: } m_1(u_1^2 - v_1^2) = m_2(v_2^2 - u_2^2) \text{ la llamaremos ecuación 1}$$

Pero además debe de satisfacer con la conservación de la cantidad de movimiento antes y después del choque, así es que tendremos en base a esto la sig. ecuación:

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_1 v_2 \text{ y si ordenamos y factorizamos tendremos:}$$

$$m_1 u_1 - m_1 v_1 = m_1 v_2 - m_2 u_2$$

Colisiones Elásticas e Inelásticas

$m_1(u_1 - V_1) = m_1(v_2 - u_2)$ la representaremos como ecuación 2

Si realizamos la división entre la ecuación uno y la dos se tendría:

$$\frac{m_1(u_1^2 - v_1^2)}{m_1(u_1 - V_1)} = \frac{m_2(v_2^2 - u_2^2)}{m_1(v_2 - u_2)}$$

$$m_1(u_1 - V_1) = m_1(v_2 - u_2)$$

$$\frac{u_1^2 - v_1^2}{u_1 - V_1} = \frac{v_2^2 - u_2^2}{v_2 - u_2}$$

$$u_1 - V_1 = v_2 - u_2$$

$$u_1 + v_1 = v_2 + u_2 \quad \text{acomodando términos}$$

$$v_1 - v_2 = u_2 - u_1 \quad \text{o bien} \quad v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

En el caso ideal de una colisión perfectamente elástica, la velocidad relativa después de la colisión, $v_1 - v_2$, es igual al negativo de la velocidad relativa antes del choque $-(u_1 - u_2)$. Cuanto más iguales sean las cantidades, tanto más elástica será la colisión.

Un choque elástico es aquel en el que se conservan tanto la energía cinética como la cantidad de movimiento de un sistema (Blatt, 2001).

Colisiones Elásticas e Inelásticas

Aunque las colisiones perfectamente elásticas no son comunes en la vida cotidiana. En la práctica encontramos que se genera algo de calor en las colisiones, pero en el nivel microscópico, existen las colisiones perfectamente elásticas.

En resumen, en el choque elástico, el sistema de cuerpos que interactúan debe satisfacer los siguientes requisitos:

$$P_{\text{inicial}} = P_{\text{final}} \quad \text{CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO}$$

$$E_{c_{\text{inicial}}} = E_{c_{\text{final}}} \quad \text{CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA CINÉTICA}$$

En una colisión inelástica:

$$P_{\text{inicial}} = P_{\text{final}} \quad \text{CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO}$$

$$E_{c_{\text{inicial}}} \neq E_{c_{\text{final}}} \quad \text{NO SE CONSERVA LA ENERGÍA CINÉTICA}$$

El coeficiente de restitución es la relación negativa de la velocidad relativa después del choque entre la velocidad relativa antes del mismo

$$e = - \frac{v_1 - v_2}{u_1 - u_2} \quad \text{o bien} \quad e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2}$$

Si $e = 1$ la colisión es perfectamente elástica

$e = 0$ La colisión es perfectamente inelástica

Colisiones Elásticas e Inelásticas

EJEMPLO GUIADO NÚMERO 3

Un balón de 1.8 kg se mueve hacia la izquierda a 20 m/seg y choca de frente con otro balón de 5 kg que se desplaza hacia la derecha a 15 m/seg. Calcula:

- A) La velocidad resultante si las dos pelotas se quedan pegadas después del choque
- B) Las velocidades finales si el coeficiente de restitución es de 0.90

A) Datos

por ser inelástica las vel totales antes = vel final después

$$m_1 = 1.8 \text{ kg}$$

$$v_2 = v_1$$

$$m_2 = 5 \text{ kg}$$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$V_1 = 20 \text{ m/seg}$$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_{\text{tot}} (v)$$

$$V_2 = 15 \text{ m/seg}$$

$$(1.8 \text{ kg})(-20 \text{ m/seg}) + (5 \text{ kg})(15 \text{ m/seg}) = (1.8 \text{ kg} + 5 \text{ kg}) (v)$$

$$e = 0$$

$$- 36 \text{ kg.m/seg} + 75 \text{ kg.m/seg} = 6.8 \text{ kg} (v)$$

$$39 \text{ kg. m/seg}$$

$$\text{-----} = v$$

$$6.8 \text{ kg}$$

$$V = 5.74 \text{ m/seg} \rightarrow \text{hacia la derecha}$$

Colisiones Elásticas e Inelásticas

b) Las velocidades finales si el coeficiente de restitución es de 0.90

Datos

$$m_1 = 1.8 \text{ kg}$$

$$m_2 = 5 \text{ kg}$$

$$u_1 = 20 \text{ m/seg}$$

$$u_2 = 15 \text{ m/seg}$$

$$e = 0.90$$

por ser elástica

$$v_2 - v_1$$

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} \quad \text{despejando } v_2 - v_1$$

$$u_1 - u_2$$

$$e(u_1 - u_2) = v_2 - v_1$$

$$0.90(-20 \text{ m/seg} - 15 \text{ m/seg}) = v_2 - v_1$$

$$(-18 \text{ m/seg} - 15 \text{ m/seg}) = v_2 - v_1$$

$$-33 \text{ m/seg} = v_2 - v_1$$

Como además debe de satisfacer con la conservación de la cantidad de movimiento antes y después del choque, así es que tendremos en base a esto la sig. ecuación:

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$(1.8 \text{ kg})(-20 \text{ m/seg}) + (5 \text{ kg})(15 \text{ m/seg}) = 1.8 \text{ kg } v_1 + 5 \text{ kg } v_2$$

$$-36 \text{ kg.m/seg} + 75 \text{ kg.m/seg} = 1.8 \text{ kg } v_1 + 5 \text{ kg } v_2$$

$$39 \text{ kg.m/seg} = 1.8 \text{ kg } v_1 + 5 \text{ kg } v_2$$

Teniendo así el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 1.8 \text{ kg } v_1 + 5 \text{ kg } v_2 = 39 \text{ kg.m/seg} \\ v_2 - v_1 = -33 \text{ m/seg} \end{cases}$$

Despejando v_2 en enc. 2 y sust. En 1 se obtendrá

$$v_2 = -33 \text{ m/seg} + v_1$$

Colisiones Elásticas e Inelásticas

sust. En 1: $1.8 \text{ kg } v_1 + 5 \text{ kg } v_2 = 39 \text{ kg.m/seg}$

$$1.8 \text{ kg } v_1 + 5 \text{ kg } (-33 \text{ m/seg} + v_1) = 39 \text{ kg m/seg}$$

$$1.8 \text{ kg } v_1 - 165 \text{ kg.m/seg} + 5 \text{ Kg } v_1 = 39 \text{ kg m/seg}$$

$$6.8 \text{ kg } v_1 = 204 \text{ kg.m/seg}$$

$$204 \text{ kg.m/seg}$$

$$v_1 = \frac{204 \text{ kg.m/seg}}{6.8 \text{ kg}} = 30 \text{ m/seg} = v_1 \rightarrow$$

$$6.8 \text{ kg}$$

Si $v_2 - v_1 = -33 \text{ m/seg}$ entonces

$$v_2 = -33 \text{ m/seg} + v_1$$

$$v_2 = -33 \text{ m/seg} + 30 \text{ m/seg}$$

$$v_2 = -3 \text{ m/seg} \leftarrow$$