Método de Solución

Extracción del factor común en ecuaciones cuadráticas incompletas mixtas.

Ejemplo:

	Procedimiento
$\boldsymbol{4x^2 + 6x = 0}$	Se tiene la ecuación cuadrática incompleta mixta.
$\boldsymbol{x(4x + 6) = 0}$	Extraemos el factor común de la ecuación; en este caso, solo $\boldsymbol{x}$, ya que es lo que podemos extraer tanto de $4x^2$ como de $6x$
$\boldsymbol{x = 0}$ **y** $\boldsymbol{4x + 6 = 0}$	Igualamos el primer factor a cero: $x = 0$ Igualamos el segundo factor a cero: $4x + 6 = 0$ La razón de igualar los factores a cero es para encontrar los ceros de la ecuación o las soluciones de la ecuación.
$\boldsymbol{4x + 6 = 0}$ $\boldsymbol{4x = -6}$ $\boldsymbol{x = 0}$ $\boldsymbol{x = -\frac{6}{4}}$ **De donde** $\boldsymbol{x_1 = 0}$ **y** $\boldsymbol{x_2 = -\frac{6}{4}}$	Despejamos cada igualdad; la primera es directa, donde $x = 0$ Este resultado es la primera solución: x_1 siempre será igual a cero en este tipo de ecuaciones, ya que al multiplicar los dos factores, el resultado total de la ecuación será cero $0\,(4x + 6) = 0$, cumpliendo la igualdad. En la segunda igualdad se tiene que realizar despeje de la variable $4x + 6 = 0$, que se muestra del lado derecho del recuadro, teniendo así la segunda solución igual a $x = -\frac{6}{4}$ La x_1 y x_2 son las raíces, ceros o solución de la ecuación cuadrática.

Método de Solución

Despeje de la variable en ecuaciones cuadráticas incompletas puras

Ejemplo:

$\mathbf{5x^2 - 500 = 0}$	**Procedimiento** Se tiene la ecuación cuadrática incompleta pura.
$\mathbf{5x^2 - 500 = 0}$ $\mathbf{5x^2 = 500}$ $\mathbf{x^2 = \frac{500}{5}}$ $\mathbf{x^2 = 100}$ $\mathbf{\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{100}}$	Despejamos la variable a través de la aplicación de las operaciones inversas. En el momento en que se llega a $x^2 = 100$, aplicamos de ambos lados de la igualdad la raiz cuadrada, ya que es la operación inversa de la potencia 2. Obteniendo así, dos raíces: la positiva y la negativa. Te preguntarás ¿por qué una raíz positiva y la otra negativa? La razón es muy sencilla de comprender: esto sucede porque existen dos números que, al elevarlos al cuadrado, me darán resultado igual a 100 $(10)^2 = 100$ y $(-10)^2 = 100$
De donde $\mathbf{x_1 = 10}$ **y** $\mathbf{x_2 = -10}$	Raíces o soluciones de la ecuación.

Método de Solución

Gráfico para todo tipo de ecuaciones cuadráticas

Ejemplo:

<table>
<tr>
<td>$x^2 + 2x - 3$</td>
<td>Se tiene cualquier tipo de ecuación cuadrática.</td>
</tr>
<tr>
<td>
<table>
<tr><th>x</th><th>y</th></tr>
<tr><td>-4</td><td></td></tr>
<tr><td>-3</td><td></td></tr>
<tr><td>-2</td><td></td></tr>
<tr><td>-1</td><td></td></tr>
<tr><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td></tr>
</table>

$y = x^2 + 2x - 3$
$(-4)^2 + 2(-4) - 3 = 5$
$(-3)^2 + 2(-3) - 3 = 0$
$(-2)^2 + 2(-2) - 3 = -3$
$(-1)^2 + 2(-1) - 3 = -4$
$(0)^2 + 2(0) - 3 = -3$
$(1)^2 + 2(1) - 3 = 0$
$(2)^2 + 2(2) - 3 = 5$

Solución
$x_1 = 1$ **y** $x_2 = -3$
</td>
<td>
Se realiza la tabulación igualando y a la ecuación cuadrática.

$y = x^2 + 2x - 3$ para así poder obtener sus valores respecto a la sustitución de la variable x que se da en la tabla.

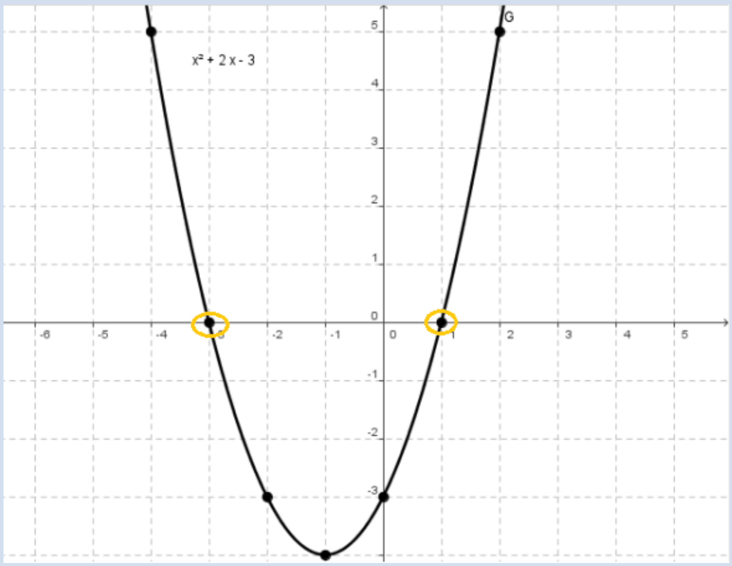
Antes de graficar, podemos obtener las soluciones o raíces de la ecuación cuadrática, destacando en qué valor de x se obtiene $y = 0$

Por tanto, las raíces o ceros de la ecuación son
$x_1 = 1$ y $x_2 = -3$
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Para ver gráficamente el</td>
</tr>
</table>

Método de Solución

x	y	puntos sobre el plano
-4	5	(-4,5)
-3	0	(-3,0)
-2	-3	(-2,-3)
-1	-4	(-1,-4)
0	-3	(0,-3)
1	0	(1,0)
2	5	(2,5)

comportamiento de la ecuación y obtener las raíces, se llena la tabla con los valores obtenidos en la sustitución de las $\boldsymbol{x}$ en la ecuación. Posteriormente, formamos los puntos que se graficarán en el plano cartesiano, cuyas coordenadas son $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$.



Localizamos los puntos y realizamos el trazo de la ecuación.

La pregunta que debe surgir es **¿cómo encuentro las raíces de mi ecuación a través de la gráfica?**

Tienes que observar muy bien el lugar donde la gráfica cruza o toca el eje $\boldsymbol{x}$ en el plano cartesiano (en este caso, está subrayado con amarillo), siendo ahí el lugar donde están las raíces de la ecuación.

También se interpreta en el momento que la $\boldsymbol{y}$ vale cero con respecto a las $\boldsymbol{x}$**,** teniendo la solución $x_1 = 1$ y $x_2 = -3$.

Método de Solución

Fórmula general para todo tipo de ecuaciones cuadráticas

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

La utilización de la fórmula general $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ para resolver ecuaciones cuadráticas de todo tipo, en especial las **cuadráticas completas,** permite una solución rápida y sencilla: solo se localizan y sustituyen los valores de las constantes dadas en la ecuación ***a, b*** y ***c,*** efectuando las operaciones correctas. Veamos un ejemplo:

$2x^2 + 14x + 20$	Se tiene la ecuación cuadrática.
$a = 2 \quad b = 14 \quad c = 20$	Se localizan los valores de las constantes a, b y c en la ecuación.
$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $x = \frac{-14\pm\sqrt{14^2-4(2)(20)}}{2(2)}$ $x = \frac{-14\pm\sqrt{196-160}}{4}$ $x = \frac{-14\pm\sqrt{36}}{4}$ $x = \frac{-14\pm 6}{4}$	Teniendo la ecuación general, se sustituyen los valores de a, b y c de la ecuación, se realizan las operaciones y se obtiene: $x = \frac{-14\pm 6}{4}$; como podemos observar, aquí se encuentran los dos valores de la incógnita o las dos raíces porque tenemos un $\pm$
	La primera solución, cero o raíz de la

$x_1 = \frac{-14+6}{4}$ y $x_1 = \frac{-14-6}{4}$	ecuación, tomará el signo positivo y la segunda solución o cero de la ecuación, el signo negativo.
$x_1 = -2$ y $x_1 = -5$	Obteniendo así las dos soluciones (raíces o ceros de la ecuación).

Por factorización de ecuaciones cuadráticas de la forma

$ax^2 + bx + c$ **Con a diferente de cero, y diferente de 1.**

Ejemplo:

Se tiene la ecuación: $$25x^2 + 30x + 8$$
Para realizar su factorización, debemos multiplicar el coeficiente principal por el término independiente: $(25)x^2 + 30x + 8$ Esto es $8 * 25 = 200$ Despues, buscar dos números que al multiplicarlos me den igual a 200 y al sumarlos me den igual a 30; estos números son 10 y 20.

$$\mathbf{10 * 20 = 200}$$

$$\mathbf{10 + 20 = 30}$$

Con estos dos valores formamos un polinomio de cuatro términos, sustituyendo $\mathbf{10x + 20x}$ en lugar de $\mathbf{30x}$

$\mathbf{25x^2 + 30x + 8}$

$\mathbf{25x^2 + 10x + 20x + 8}$

Tomamos de dos en dos términos (amarillo y verde), sacamos factor común de ambos pares de términos:

El factor común de $\mathbf{25x^2 + 10x}$ es $\mathbf{5x}$.

El factor común de $\mathbf{20x + 8}$ es $\mathbf{4}$.

Nos preguntamos ¿por quién muliplico yo a $\mathbf{5x}$ para que me dé cómo resultado $\mathbf{25x^2 + 10x}$? Yo debo multiplicar $\mathbf{5x}$ por $(\mathbf{5x + 2})$, término a término y, así, me da como resultado $\mathbf{25x^2 + 10x}$.

¿Por quién muliplico yo a $\mathbf{4}$ para que me dé cómo resultado $\mathbf{20x + 8}$? Yo debo multiplicar $\mathbf{4}$ por $(\mathbf{5x + 2})$, término a término y, así, me da como resultado $\mathbf{20x + 8}$.

Método de Solución

Y lo expresamos como:

$5x(5x+2)\ +\ 4(5x+2)$

Checamos que lo que esté dentro de los paréntesis sea igual.

Como $5x+2$ es igual en ambas expresiones (la verde y la amarilla), entonces lo tomamos como factor común de toda la expresión $5x(5x+2)\ +\ 4(5x+2)$.

Y surge nuevamente la pregunta, ¿por quién muliplico yo a $(5x+2)$ para que me dé cómo resultado $5x(5x+2)+4(5x+2)$? Yo debo multiplicar $(5x+2)$ por los términos que son diferentes en la expresión, los cuales están subrayados de color magenta $5x(5x+2)\ +\ 4(5x+2)$; estos términos son $5x$ y 4.

Expresando de la siguiente manera la multiplicación:

$(5x+2)(5x+4)$, la cual representa la factorización de la ecuación cuadrática $25x^2+30x+8$.

Ya que se tiene la factorización:

Método de Solución

$(5x+2)(5x+4)$

Igualamos a cero cada factor:

$5x+2=0$ y $5x+4=0$

Despejamos la variable x de cada una de las igualdades:

$5x+2=0$

$5x=-2$

$x_1=-\frac{2}{5}$

$5x+4=0$

$5x=-4$

$x_2=-\frac{4}{5}$

Teniendo, así, las soluciones de la ecuación cuadrática:

$25x^2+30x+8$

$$x_1=-\frac{2}{5}, \qquad x_2=-\frac{4}{5}$$

Método de Solución

Por factorización de ecuaciones cuadráticas de la forma

$\mathbf{ax^2 + bx + c}$ **Con a igual a 1**

$\boldsymbol{x^2 + 7x - 8}$	Se tiene la ecuación cuadrática de la forma: $\boldsymbol{ax^2 + bx + c}$, que cumple que $\boldsymbol{a = 1}$, $\boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{c}$ números reales.
$\mathbf{8 + (-1) = 8 - 1 = 7}$ $\mathbf{(8)(-1) = -8}$ Son el segundo elemento de cada factor (+ 8) (- 1)	Para factorizar este tipo de ecuaciones cuadráticas, buscamos dos números tales que, al sumarlos, den como resultado el término en x, y al multiplicarlos den como resultado el término independiente. Para esta ecuación, buscamos dos números que al sumarlos den como resultado 7 ; y al multiplicarlos den como resultado -8. Estos números son el segundo elemento de cada uno de los factores.
Para encontrar el primer elemento de cada factor, teniendo en cuenta que el primer elemento de la ecuación	

cuadrática es x^2 nos preguntamos: ¿Dos términos que al multiplicarlos den como resultado x^2? Esto es: $(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^2$	
Formando así la factorización: $(\boldsymbol{x}+\mathbf{8})(\boldsymbol{x}-\mathbf{1})$	
$\boldsymbol{x}+\mathbf{8}=\mathbf{0}$ y $\boldsymbol{x}-\mathbf{1}=\mathbf{0}$ $\boldsymbol{x}=-\mathbf{8}$ $\boldsymbol{x}=\mathbf{1}$ $\boldsymbol{x}_1=-\mathbf{8}$ $\boldsymbol{x}_2=\mathbf{1}$	Se iguala cada factor a cero; se despeja la variable de cada igualdad, obteniendo entonces las soluciones o raíces de la ecuación.