Probabilidad de Sucesos Compuestos

En las lecciones anteriores conociste diferentes tipos de eventos, pero no te fueron especificados dos tipos de eventos que trataremos en esta lección: eventos simples y compuestos.

Evento Simple: es cada uno de los posibles resultados de un experimento y que no se puede descomponer. En el caso del lanzamiento del dado, cada uno de los posibles números en la cara del dado es un evento simple.
Ejemplos de eventos simples:
a) En el lanzamiento de un dado:
$\mathrm{A} = \{\text{que el resultado sea impar}\} = \{1, 3, 5\}$

$\mathrm{B} = \{\mathrm{x} — \mathrm{x} \leq 5\} = \{5, 4, 3, 2, 1\}$

Evento compuesto: es el evento que incluye dos o más eventos independientes. Un ejemplo es el evento de obtener el mismo lado (la misma cara) al lanzar dos veces una moneda. El resultado del primer lanzamiento no afecta al segundo resultado. Es necesario considerar ambos resultados para determinar el resultado final. Se compone de dos o más eventos simples.

Cuando un suceso o experimento aleatorio se puede a su vez dividir en sub experimentos.

Ejemplos de eventos compuestos:

a) En el lanzamiento de dos dados:

$\mathrm{A} = \{\text{El resultado sea al menos un número par}\}$

b) En el lanzamiento de dos monedas:

$\mathrm{B} = \{\text{uno de los resultados sea águila}\} = \{(\mathrm{A}, \mathrm{S}), (\mathrm{S}, \mathrm{A})\}$

En los siguientes ejemplos guiados planteados, utilizarás como herramientas los conocimientos previos de lógica y conjuntos, y los temas anteriores del bloque.

Probabilidad de Sucesos Compuestos

EJEMPLOS

1) Lanza una moneda tres veces, observa y registra la serie de águila y sol que aparecen en el espacio muestral.
   $\mathrm{S} = \{(\mathrm{A},\mathrm{A},\mathrm{A}), (\mathrm{A},\mathrm{A},\mathrm{S}), (\mathrm{A},\mathrm{S},\mathrm{A}), (\mathrm{S},\mathrm{A},\mathrm{A}), (\mathrm{S},\mathrm{S},\mathrm{A}), (\mathrm{A},\mathrm{S},\mathrm{S}), (\mathrm{S},\mathrm{A},\mathrm{S}), (\mathrm{S},\mathrm{S},\mathrm{S})\} = 8$ soluciones

Sea $A =$ evento en que aparecen dos o más águilas consecutivamente.

$$A = \{(A, A, A), (A, A, S), (S, A, A)\}$$

Sea $B =$ evento en que todos los resultados son iguales.

$$B = \{(A, A, A), (S, S, S)\}$$

$$P(A \cap B) = \{(A, A, A)\}$$

Calcular $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

2) Experimento: al lanzar un dado no cargado:

a) ¿Cuál es su espacio muestral?

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

b) ¿Cuál es el evento A de salir un número par? $A = \{2, 4, 6\} = 3$ soluciones pares
c) ¿Cuál es el evento B de salir un número impar? $B = \{1, 3, 5\} = 3$ soluciones pares
d) ¿Cuál es el evento C de salir un número primo? $C = \{2, 3, 5\} = 3$ soluciones

Recordando: un número primo es un número entero mayor que cero, que tiene exactamente dos divisores positivos; por ende no incluye al 1.

e) Calcular $(A\ U\ C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = S$

f) Calcula $B\ \cap\ C = \{3, 5\}$ los elementos que son comunes.

g) Calcular $C^{\mathrm{C}} = \{1, 4, 6\}$

Los elementos que le faltan a C para ser el espacio muestral.

h) Calcular $P(A) =$

$$P(A) = \frac{n}{s} = \frac{3}{6} = 0.5$$

i) Calcular $P(B) =$

$$P(B) = \frac{n}{s} = \frac{3}{6} = 0.5$$

j) Calcular $P(C) =$

$$P(C) = \frac{n}{s} = \frac{3}{6} = 0.5$$

k) Calcular la $P(AUB) = P(A) + P(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ Es un evento seguro

l) Calcular la $P(BUC) =$

Como los eventos tienen elementos en común, calculemos primero $P(B \cap C)$

$$P(B \ \cap C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Aplicando la propiedad:

$$P(B) + \ P(C) - \ P(B \cap C) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = 0.66$$

3) Caso: se lanzan una moneda y un dado:

a) Representar el espacio muestral:
S= {(A,1)(A,2)(A,3)(A,4)(A,5)(A,6)(S,1)(S,2)(S,3)(S,4)(S,5)(S,6)}=12

b) Representa los siguientes eventos:
$A =$ Aparece águila y un número par $A = \{(A,2)(A,4)(A,6)\}$

$B =$ Aparece un número primo $B = \{(A,2)(A,3)(A,4)(A,5)\ (S,2)(S,3)(S,5)\}$

$C =$ Aparece sol y un número impar $C = \{(S,1)(\ S,3)(\ S,5)\}$

c) Expresar el evento en que A o B suceden:

$$A\ U\ B = \{(A,2)(A,3)(A,4)(A,5)(A,6)\ (S,2)(S,3)(S,5)\}$$

d) Expresar el evento en que B y C suceden:

$$P(B \cap C) = \{(\ S,3)(\ S,5)\}$$

e) Sucede C solamente:

$$C = \{(S,1)(\ S,3)(\ S,5)\}$$

son mutuamente excluyentes?

A y C, ya que no tienen elementos en común o no comparten resultados.

$$A\ \cap C\ = \emptyset$$

1) Dado $S = \{(x,y)\ /\ 1\ \leq\ x\ \ \leq\ 6\ \ y\ \ 1\ \leq\ y\ \leq\ 4\}$

Se lee: "El espacio muestral S está conformado por los pares ordenados "x,y" en el que los valores de "x" son mayores o iguales a 1, y menores o iguales a 6, y los de "y" son mayores o iguales a 1 y menores o iguales a 4."

(O bien, se debe cumplir para el par ordenado que 1 es menor o igual a "x" y "x" es menor o igual a 6, y a la vez 1 es menor o igual a "y" y "y" menor o igual a 4.

De tal manera, el espacio muestral está constituido por:

$$s = \begin{Bmatrix} (1,1)(1,2)(1,3)(1,4) \\ (2,1)(2,2)(2,3)(2,4) \\ (3,1)(3,2)(3,3)(3,4) \\ (4,1)(4,2)(4,3)(4,4) \\ (5,1)(5,2)(5,3)(5,4) \\ (6,1)(6,2)(6,3)(6,4) \end{Bmatrix} = 24 \text{ resultados}$$

Teniendo como datos los siguientes conjuntos:

$A = \{(1,1)\ (2,1)\ (3,1)\ (4,1)\}$

$B = \{(5,4)\ (5,3)\ (5,2)\ (5,1)\ (6,1)\ (4,2)\ (4,4)\ (4,3)\}$

$C = \{(2,1)\ (2,2)\ (2,3)\ (2,4)\ (4,1)\ (5,1)\ (3,1)\ (3,3)\}$

Calcular:

a) $P(A) =$

$P(A) = \frac{n}{s} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} = 0.16$

b) $P\ (B) =$

$P(B) = \frac{n}{s} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 0.33$

c) $P(C) =$

$P(C) = \frac{n}{s} = \frac{8}{24} = 0.33$

d) $P(A\ \cap\ B) = \frac{n}{s} = \frac{0}{24} = 0 = \emptyset$ Ya que no tienen elementos en común

e) $P(A\ \cap C\ ) =$

$$P\ (A\ \cap C) = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

Nota: se considera como n el número de elementos que son comunes a los dos conjuntos A y C.

f) $P(\ B\ \cap\ C) =$

$P\ (B\ \cap C) == \frac{n}{s} = \frac{0}{24} = 0 = \emptyset$ Ya que no tienen elementos en común

g) $P(A\ U\ B) =$

Nota: de acuerdo a los axiomas y postulados presentados en las lecciones anteriores, tomamos este patrón ya que A y B no tienen elementos en común.

$P(AUB) = P(A) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3+6}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2} = 0.5$

Nota: de acuerdo a los axiomas y postulados presentados en las lecciones anteriores, tomamos este patrón ya que A y B no tienen elementos en común.

h) $P(A\ U\ C\ ) =$

Nota: en este caso, si observas los elementos del conjunto A y del conjunto C, sí tienen elementos en común, por lo que el patrón a utilizar será:

$P(AUC) = P(A) + P(C) - P(A \cap C) =$

Necesitamos calcular primero $P(A\ \cap C)$

$P\ (A\ \cap C) = \frac{2}{24}\ = \frac{1}{12}$ ya calculado en el inciso E.

Ahora sustituye los valores en el patrón.

$$P(AUC) = P(A) + P(C) - P(A \cap C) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{2+4-1}{12} = \frac{5}{12} = 0.41$$

i) $P\ (A^{C}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} = 0.83$

j) $P(Bc)\ =\ 1 - P(B) =\ 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = 0.66$

k) ¿Cuál deberá ser la probabilidad de un cuarto evento para que: $P(A) + \mathrm{P(B)} + \mathrm{P(C)} + \mathrm{P\ (D)} = 1$?

Sustituyendo los valores conocidos: $P(A),\ P\ (B), P\ (C)$ despejemos $P\ (D)$:

$$P\ (A)\ +\ P\ (B)\ +\ P(C)\ +\ P\ (D)\ =\ 1$$

$$P\ (D)\ =\ 1 - P\ (A)\ -\ P\ (B)\ -\ P\ (C)$$

$$P\ (D)\ =\ 1\ - \left(\frac{1}{6}\right) - \left(\frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{6-1-2-2}{6} = \frac{1}{6} =\ 0.16$$

La probabilidad de un cuarto evento será de $\frac{1}{6}$

2) En una colonia de nuestra ciudad se entrevistaron a 50 personas para detectar el refresco de su preferencia. Se encontraron los siguientes resultados:

- 20 toman Coca Cola.
- 12 toman Pepsi Cola.
- El resto toma de otra marca.
- Si 6 de los que beben Pepsi Cola también beben Coca Cola,

Calcular:

a) La probabilidad de que una persona tome Pepsi Cola

$$P(P) = \frac{n}{s} = \frac{12}{50} = \frac{6}{25} = 0.24$$

b) La probabilidad de que tome Coca Cola

$$P(C) = \frac{n}{s} = \frac{20}{50} = \frac{2}{5} = 0.4$$

c) La probabilidad de que tome Pepsi y Coca Cola

Como el conectivo es "y" se refiere a intersección

$$P(P \cap C) = \frac{n}{s} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25} = 0.12$$

d) La probabilidad de que tome Pepsi o Coca

$$P(PUC) = P(P) + P(C) - P(P \cap C) = \left(\frac{6}{25}\right) + \left(\frac{2}{5}\right) - \left(\frac{3}{25}\right) = \frac{6 + 10 - 3}{25} = \frac{13}{25} = 0.52$$

e) La probabilidad de que no tome ni Pepsi ni Coca Cola.

$$P\ (P \cap C)C = 1 - P(P \cap C) = 1 - \left(\frac{3}{25}\right) = \frac{22}{25} = 0.88$$