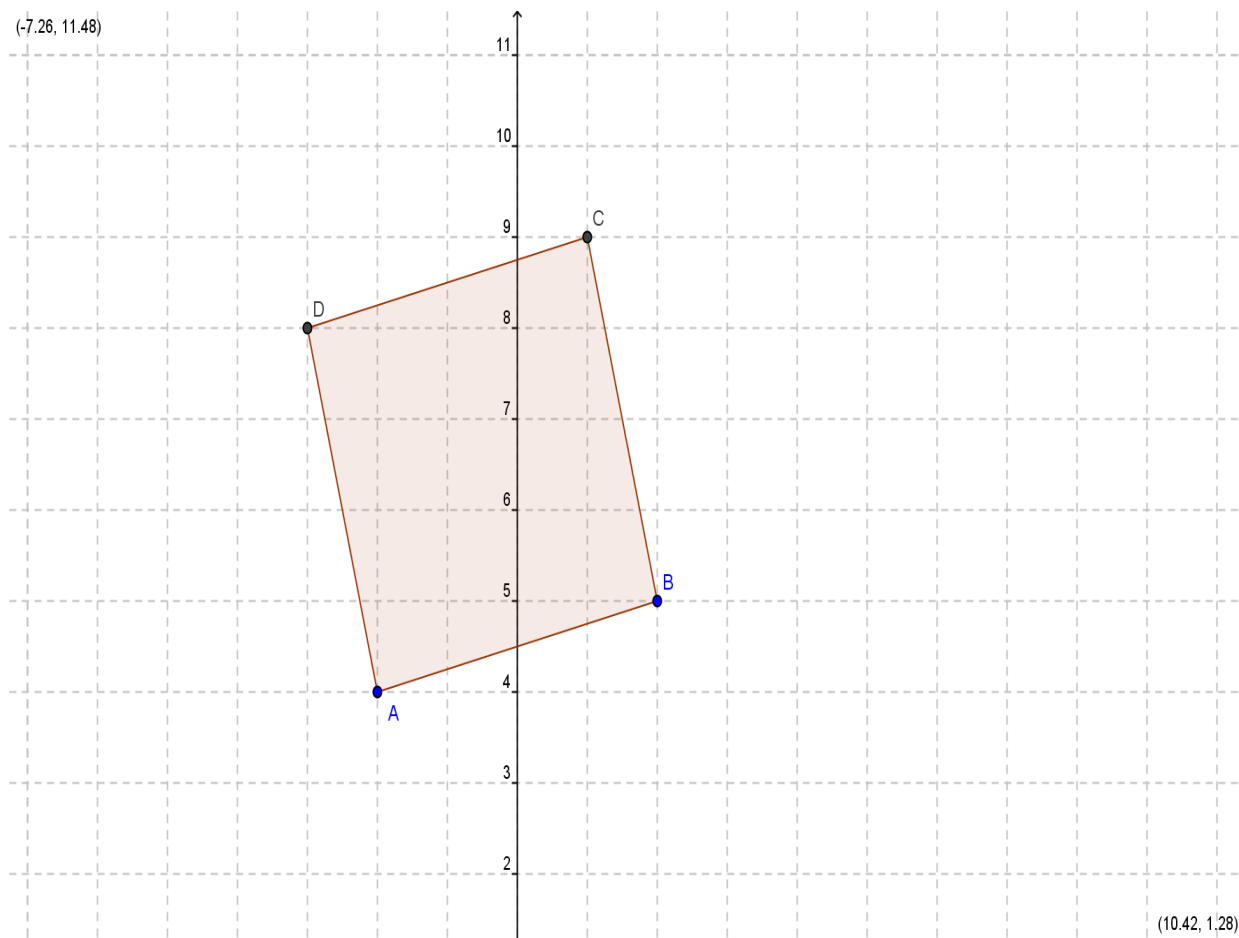


Ángulo de inclinación y pendiente de una recta

Después de contestar el foro, veamos el paralelismo y perpendicularidad. Al calcular las pendientes de dos rectas, por ejemplo de un cuadrado sobre el plano, digamos: A



La pendiente del lado $DA = CB = -4$ y la de $DC = AB = \frac{1}{4}$ entonces podemos concluir que las rectas que son paralelas tienen la misma pendiente.

Ángulo de inclinación y pendiente de una recta

PARALELISMO Y PERPENDICULAR

Ejemplo 1

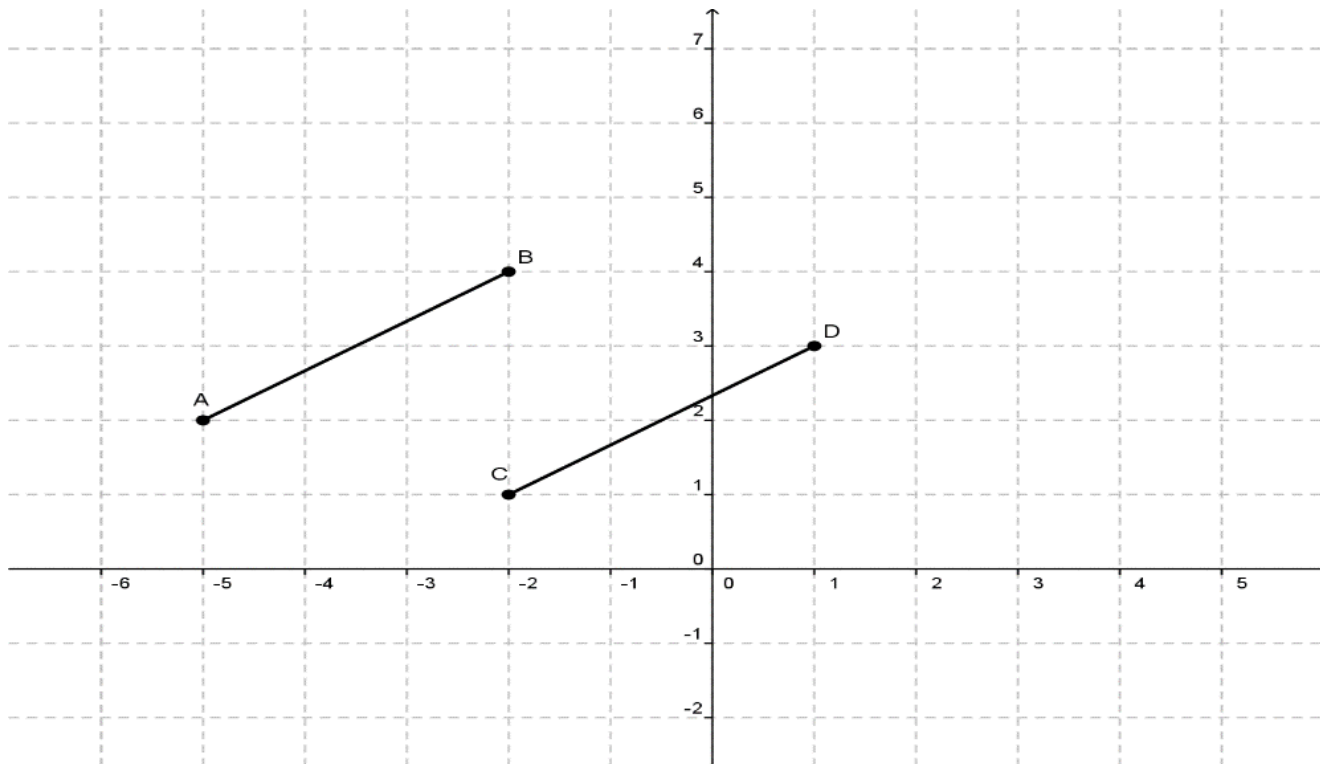
Después de haber comentado en el foro acerca de cómo se distinguen dos rectas que son paralelas entre sí, comprueba que las siguientes parejas de rectas definidas por los puntos, son paralelas.

a) $L_1: A(-5,2), B(-2,4)$

$L_2: C(-2,1), D(1,3)$

Solución

Graficando:



Gráficamente podemos observar que las rectas parece que son paralelas, así que calculemos las pendientes de ambos segmentos.

Ángulo de inclinación y pendiente de una recta

A(-5, 2), B(-2, 4)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{AB} = \frac{-2 - (-5)}{4 - 2} = \frac{3}{2}$$

C(-2, 1) D(1, 3)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{CD} = \frac{1 - (-2)}{3 - 10} = \frac{3}{2}$$

Comparando las pendientes vemos que son iguales.

Veamos otro ejemplo para concluir.

Ejemplo 2

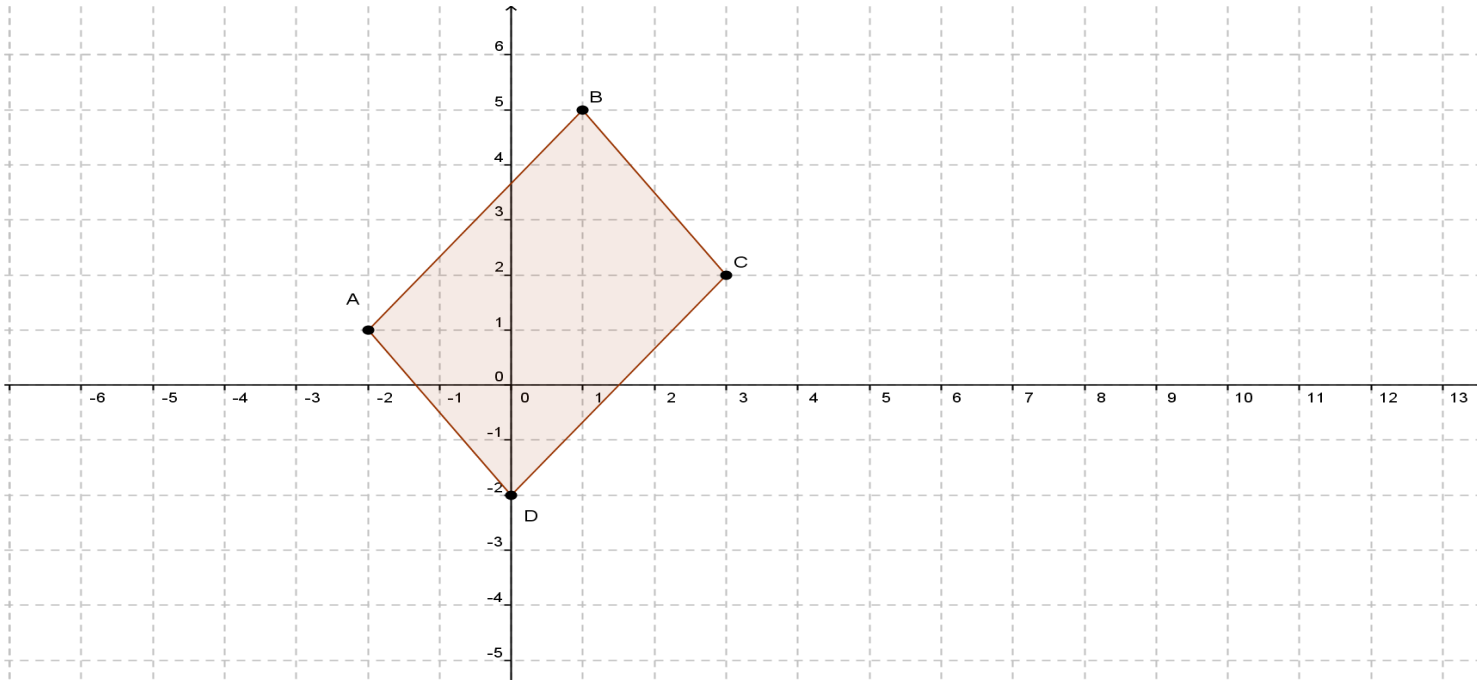
Un terreno de Pedro tiene forma de paralelogramo y está formado por los puntos: A (-2, 1), B(1,5), C(3,2) y D(0,2).

Usando el concepto de pendiente demuestre que efectivamente es un paralelogramo.

Solución

Para hacer esta demostración, debe cumplir con la condición que lados opuestos son paralelos. Calculemos las pendientes de cada lado y las comparemos.

Ángulo de inclinación y pendiente de una recta



$A(-2, 1), B(1, 5)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{AB} = \frac{5 - 1}{1 - (-2)} = \frac{4}{3}$$

$B(1, 5), C(3, 2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{BC} = \frac{2 - 5}{3 - 1} = \frac{-3}{2}$$

$C(3, 2), D(0, -2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{CD} = \frac{-2 - 2}{0 - 3} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

Ángulo de inclinación y pendiente de una recta

$D(0, -2), A(-2, 1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{DA} = \frac{1 - (-2)}{-2 - 0} = \frac{3}{-2}$$

Ahora comparemos las pendientes de los lados opuestos:

El lado AB es opuesto al lado CD: $m_{AB} = \frac{4}{3}, m_{CD} = \frac{4}{3}$

El lado BC es opuesto al lado AD: $m_{BC} = \frac{-3}{2}, m_{DA} = \frac{3}{-2}$

Con estas comparaciones vemos que las pendientes de lados opuestos son iguales, por lo que concluimos que se trata de un paralelogramo la figura ABCD formada.

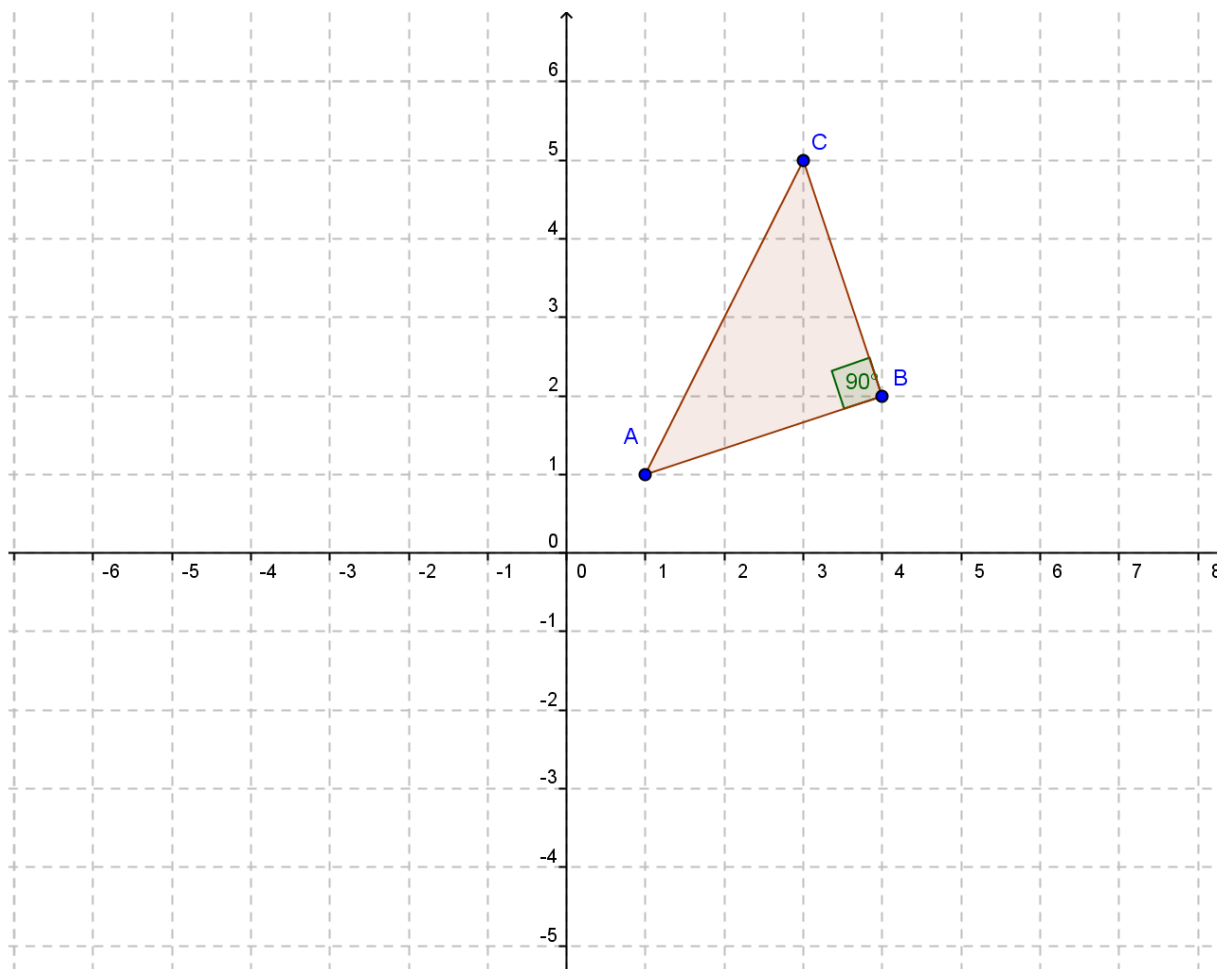
Ejemplo 3

Diana tiene un espejo triangular, si lo acomodamos en un sistema de coordenadas cartesianas, quedaría ubicado de la siguiente manera: A (1,1), B(4,2) y C(3,5).

Mide los ángulos interiores del espejo y se da cuenta que el ángulo B mide 90° por lo tanto es un triángulo rectángulo. Use el concepto de pendiente para concluir como son las pendientes de los lados que forman el ángulo de 90° .

Ángulo de inclinación y pendiente de una recta

Solución



Los lados que forman el ángulo de 90° son el AB y el CB, por lo que procedemos a calcular sus respectivas pendientes para posteriormente compararlas y concluir.

A(1, 1), B(4, 2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{AB} = \frac{2 - 1}{4 - 1} = \frac{1}{3}$$

Ángulo de inclinación y pendiente de una recta

B(4, 2), C(3, 5)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{BC} = \frac{5 - 2}{3 - 4} = \frac{3}{-1}$$

Al comparar ambas pendientes observamos que son recíprocas y de signo contrario; es decir: $(m_{AB})(m_{BC}) = -1$

$$\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{-1}\right) = -1$$

Por lo que podemos concluir que para que dos rectas o segmentos sean perpendiculares deben tener sus pendientes recíprocas y de signo contrario.