Perímetro y Área de las principales figuras geométricas (triángulo, cuadrado, rectángulo y polígonos regulares)

Usando el concepto anterior de distancia entre dos puntos, podemos realizar demostraciones o calcular el perímetro de las figuras geométricas que se ubican en un plano.

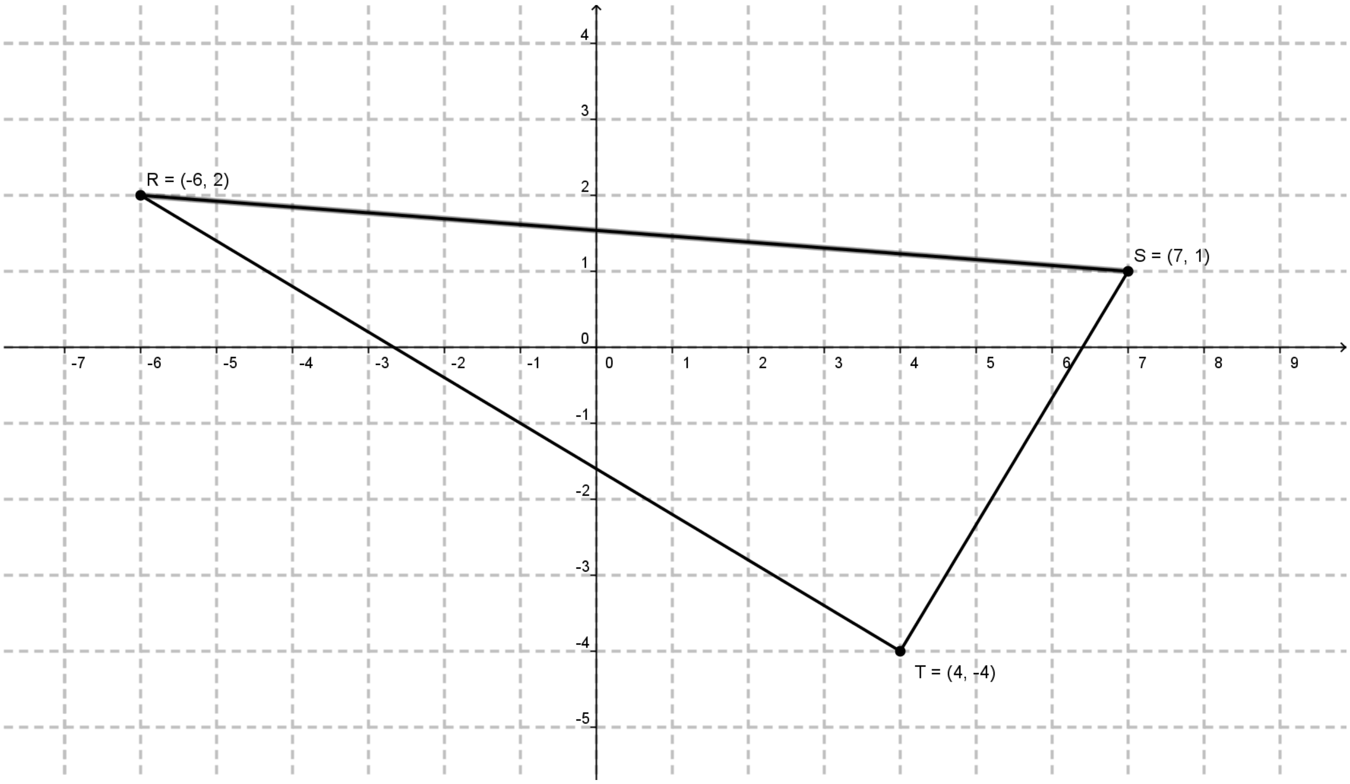
Ejemplo 1

Demostrar que los puntos $R(-6,2)$, $S(7,1)$ y $T(4,-4)$ son vértices de un triángulo escaleno.

Solución

Para demostrar lo anterior, los lados del triángulo formado deben ser de diferente longitud, por lo que procedemos a calcular las longitudes de cada uno.

Graficamos:



<table>
<tr><td>$R\,(-6,2)$</td><td>$S(7,1)$</td><td>$R(-6,2)$</td><td>$T(4,-4)$</td><td>$S(7,1)$</td><td>$T(4,-4)$</td></tr>
<tr><td>$R(x_1,y_1)$</td><td>$S(x_2,y_2)$</td><td>$R(x_1,y_1)$</td><td>$T(x_2,y_2)$</td><td>$S(x_1,y_1)$</td><td>$T(x_2,y_2)$</td></tr>
<tr>
<td colspan="2">$\overline{RS} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
$\overline{RS} = \sqrt{\left(7 - (-6)\right)^2 + (1 - 2)^2}$
$\overline{RS} = \sqrt{(13)^2 + 1^2}$
$\overline{RS} = \sqrt{169 + 1}$
$\overline{RS} = \sqrt{170}$</td>
<td colspan="2">$\overline{RT} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
$\overline{RT} = \sqrt{\left(4 - (-6)\right)^2 + (-4 - 2)^2}$
$\overline{RT} = \sqrt{(10)^2 + (-6)^2}$
$\overline{RT} = \sqrt{100 + 36}$
$\overline{RT} = \sqrt{136}$</td>
<td colspan="2">$\overline{ST} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
$\overline{ST} = \sqrt{(4 - 7)^2 + 1^2}$
$\overline{ST} = \sqrt{(-3)^2 + (-5)^2}$
$\overline{ST} = \sqrt{9 + 25}$
$\overline{ST} = \sqrt{34}$</td>
</tr>
</table>

En resumen:

$$\overline{RS} = \sqrt{170}$$

$$\overline{RT} = \sqrt{136}$$

$$\overline{ST} = \sqrt{34}$$

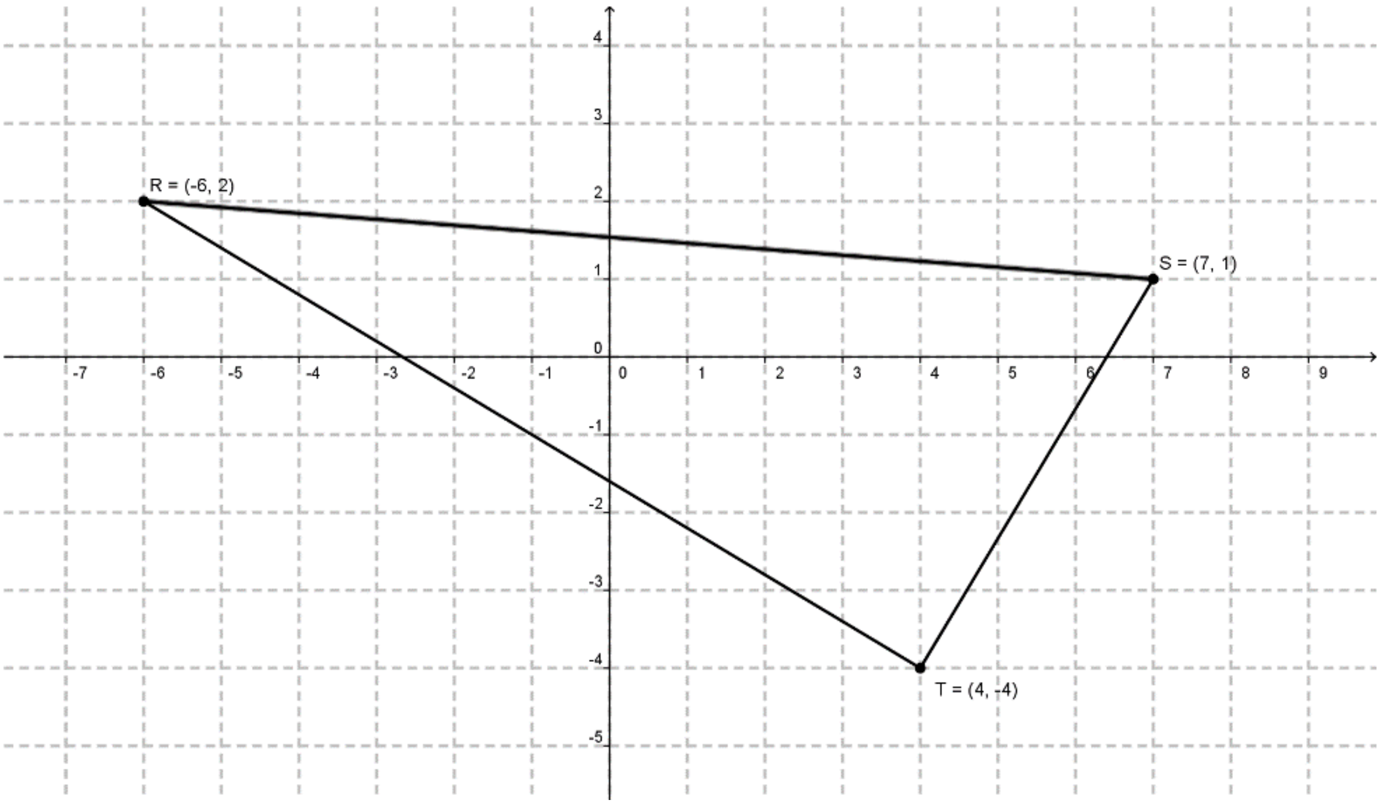
Podemos ver, al comparar las tres longitudes, que son diferentes por lo que queda demostrado que el triángulo es escaleno.

Ejemplo 2

Del triángulo anterior (RST) demuestra que además de ser un triángulo escaleno, es un triángulo rectángulo.

Solución

Gráfica:



Para demostrar esto debemos primero identificar cual es la posible hipotenusa, la cual debe ser el segmento de mayor longitud, así que corresponde al segmento RS, y los catetos los segmentos RT y TS.

La hipótesis a comprobar es:

$$(\overline{\mathrm{RS}})^2 = (\overline{\mathrm{RT}})^2 + (\overline{\mathrm{ST}})^2$$

Sustituyendo:

$$\left(\sqrt{170}\right)^2 = \left(\sqrt{136}\right)^2 + \left(\sqrt{34}\right)^2$$

Al elevar una raíz cuadrada al cuadrado, por la ley de los radicales, se elimina la potencia con la raíz quedando solo el radicando:

$$170 = 136 + 34$$

$$170 = 170$$

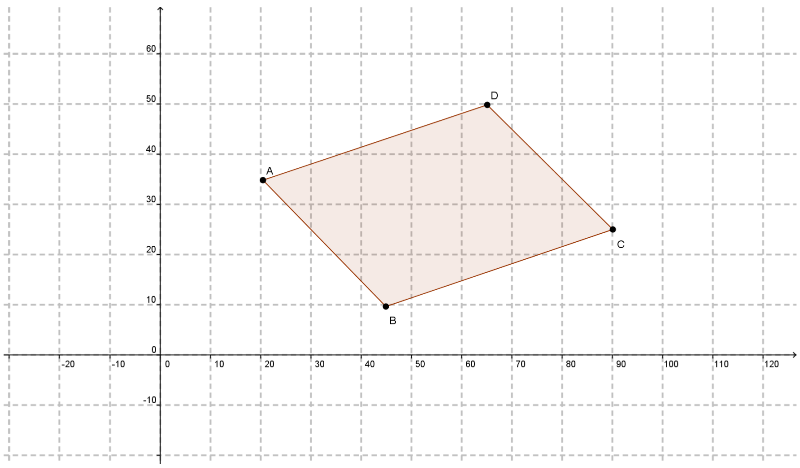
Por lo que vemos que cumple con el Teorema de Pitágoras y queda demostrado que es un triángulo rectángulo.

Ejemplo 3.

Daniel tiene un terreno en forma de cuadrilátero y desea cercarlo, ¿cuánto alambre debe comprar? Si se coloca el terreno en un sistema de coordenadas, los vértices corresponden a $\mathrm{A}(20{,}35)$, $\mathrm{B}(45{,}10)$, $\mathrm{C}(90{,}25)$ y $\mathrm{D}(65{,}50)$ (medidas en metros).

Solución

Gráfica:



Para calcular cuánto alambre debe comprar para cercarlo debemos saber cuánto mide cada lado y posteriormente sumarlos.

$A(20,35)$	$B(45,10)$	$B(45,10)$	$C(90,25)$
$A(x_1,y_1)$	$B(x_2,y_2)$	$B(x_1,y_1)$	$C(x_2,y_2)$
$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\overline{AB}=\sqrt{(45-20)^2+(10-35)^2}$ $\overline{AB}=\sqrt{(25)^2+(-25)^2}$ $\overline{AB}=\sqrt{625+625}$ $\overline{AB}=\sqrt{1250}$		$\overline{BC}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\overline{BC}=\sqrt{(90-45)^2+(25-10)^2}$ $\overline{BC}=\sqrt{(45)^2+(15)^2}$ $\overline{BC}=\sqrt{2025+225}$ $\overline{BC}=\sqrt{2250}$	

$C(90,25)$	$D(65,50)$	$D(65,50)$	$A(20,35)$
$C(x_1,y_1)$	$D(x_2,y_2)$	$D(x_1,y_1)$	$A(x_2,y_2)$
$\overline{CD}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\overline{CD}=\sqrt{(65-90)^2+(50-25)^2}$ $\overline{CD}=\sqrt{(-25)^2+(25)^2}$ $\overline{CD}=\sqrt{625+625}$ $\overline{CD}=\sqrt{1250}$		$\overline{DA}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\overline{DA}=\sqrt{(20-65)^2+(35-50)^2}$ $\overline{DA}=\sqrt{(45)^2+(15)^2}$ $\overline{DA}=\sqrt{2025+225}$ $\overline{DA}=\sqrt{2250}$	

El perímetro del terreno es:

$$P = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$$

$$P = \sqrt{1250} + \sqrt{2250} + \sqrt{1250} + \sqrt{2250}$$

$$P = 353.55 \text{ Metros}$$

Por lo que debe comprar 353.55 metros de alambre para cercar el terreno.