

Ecuación de la Recta, La representación tabular de la Ecuación de la Recta

Ahora que ya conocemos un método para graficar una recta cuando conocemos la ecuación que la caracteriza, analicemos otro que nos servirá para obtener la definición de lo que es una línea recta.

Este segundo método consiste en dar valores a la variable independiente (x) y encontrar el correspondiente valor de la variable dependiente (y) al sustituir " x " en la ecuación que se ha despejado " y ". Para esto usaremos las mismas ecuaciones analizadas en el apartado anterior.

Ejemplo 1.

Graficar la ecuación $2x - 3y + 6 = 0$

SOLUCIÓN

Primero despejamos la " y ":

$$\begin{aligned}2x - 3y + 6 &= 0 \\-3y &= 0 - 2x - 6 \\y &= \frac{-2x - 6}{-3}\end{aligned}$$

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

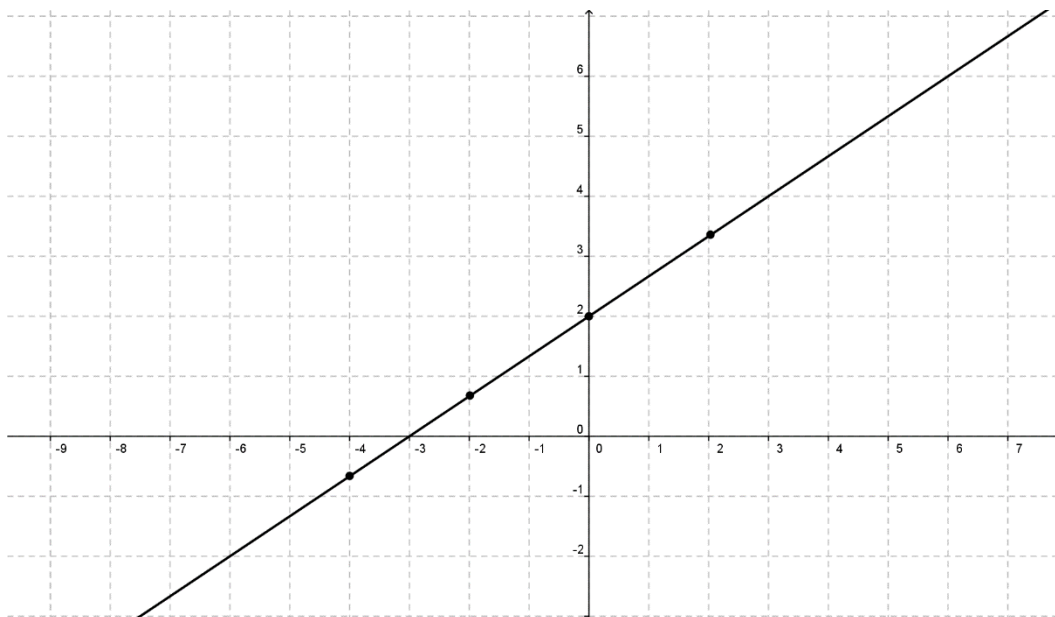
Para obtener varios puntos y así graficar la ecuación dada, podemos darle diferentes valores a " x " y obtenemos:

x	y
-4	$-\frac{2}{3}$
-2	$\frac{2}{3}$
0	2
2	$\frac{10}{3}$

Ecuación de la Recta, La representación tabular de la Ecuación de la Recta

Para $x = -4$	Para $x = -2$	Para $x = 0$	Para $x = 2$
$y = \frac{2}{3}x + 2$	$y = \frac{2}{3}x + 2$	$y = \frac{2}{3}x + 2$	$y = \frac{2}{3}x + 2$
$y = \frac{2}{3}(-4) + 2$	$y = \frac{2}{3}(-2) + 2$	$y = \frac{2}{3}(0) + 2$	$y = \frac{2}{3}(2) + 2$
$y = -\frac{8}{3} + 2$	$y = \frac{2}{3}$	$y = 2$	$y = \frac{4}{3} + 2$
$y = -\frac{2}{3}$			$y = \frac{10}{3}$

Como ya tenemos varios puntos, los ubicamos en el plano y al unirlos, se obtiene una recta que pasa por los puntos dados:



Ecuación de la Recta, La representación tabular de la Ecuación de la Recta

A este método para graficar una recta se le conoce como tabulación; es decir, dar valores a "x", calcular el correspondiente valor de "y" y colocar estos puntos en una tabla, después ubicar los puntos encontrados en el plano y unirlos para obtener una recta.

Ejemplo 2

Graficar la ecuación $4x - 5y - 20 = 0$

SOLUCIÓN

Primero despejamos la "y":

$$\begin{aligned}4x - 5y - 20 &= 0 \\ -5y &= 0 - 4x + 20\end{aligned}$$

$$y = \frac{-4x + 20}{-5}$$

$$y = \frac{4}{5}x - 4$$

Para obtener varios puntos y así graficar la ecuación dada, podemos darle diferentes valores a "x" y obtenemos:

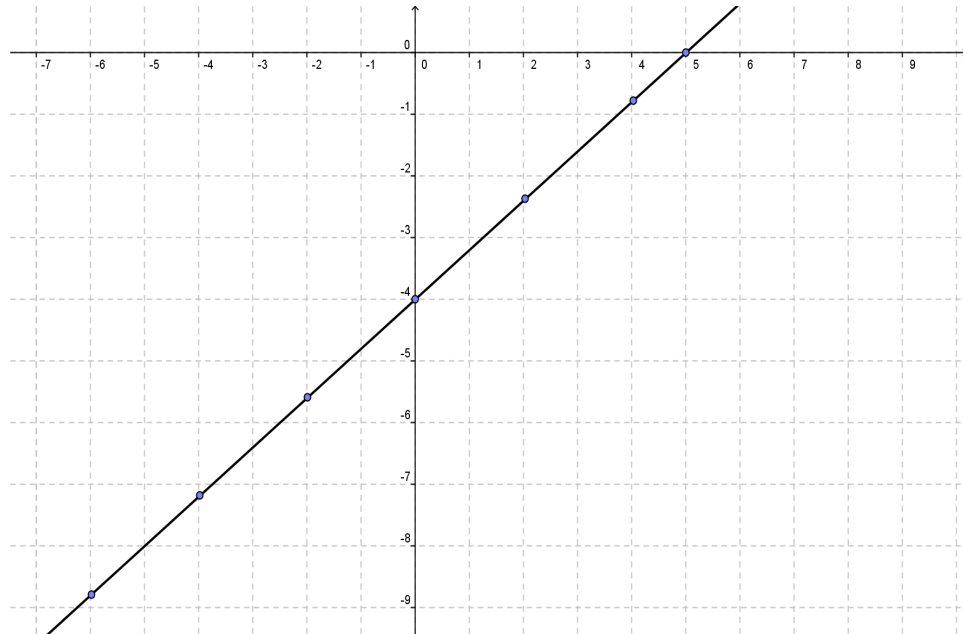
x	y
-6	$-\frac{44}{5}$
-4	$-\frac{36}{5}$
-2	$-\frac{28}{5}$
0	-4
2	$-\frac{12}{5}$
4	$-\frac{4}{5}$

Ecuación de la Recta, La representación tabular de la Ecuación de la Recta

<p>Para $x = -6$</p> $y = \frac{4}{5}x - 4$ $y = \frac{4}{5}(-6) - 4$ $y = -\frac{24}{5} - 4$ $y = -\frac{44}{5}$	<p>Para $x = -4$</p> $y = \frac{4}{5}x - 4$ $y = \frac{4}{5}(-4) - 4$ $y = -\frac{16}{5} - 4$ $y = -\frac{36}{5}$	<p>Para $x = -2$</p> $y = \frac{4}{5}x - 4$ $y = \frac{4}{5}(-2) - 4$ $y = -\frac{8}{5} - 4$ $y = -\frac{28}{5}$
<p>Para $x = 0$</p> $y = \frac{4}{5}x - 4$ $y = \frac{4}{5}(0) - 4$ $y = 0 - 4$ $y = -4$	<p>Para $x = 2$</p> $y = \frac{4}{5}x - 4$ $y = \frac{4}{5}(2) - 4$ $y = \frac{8}{5} - 4$ $y = -\frac{12}{5}$	<p>Para $x = 4$</p> $y = \frac{4}{5}x - 4$ $y = \frac{4}{5}(4) - 4$ $y = \frac{16}{5} - 4$ $y = -\frac{4}{5}$

Ecuación de la Recta, La representación tabular de la Ecuación de la Recta

La gráfica es:



Como ya tenemos varios puntos los ubicamos en el plano y al unirlos, se obtiene una recta que pasa por los puntos dados que es la misma que se obtuvo usando el primer método.

Referencia:
Ejemplo tomado de VALENZUELA CHAVEZ Alma Lorenia. (2010) Matemáticas 3. Colegio de bachilleres del estado de Sonora.

Ecuación de la Recta, La representación tabular de la Ecuación de la Recta

Ejemplo 3

Mario realizó un contrato de compra-venta para adquirir una casa, la cual tiene un precio de \$574,000.00, él dio un enganche de \$250,000.00 y el resto en mensualidades de \$2,700.00. La ecuación $y = 324000 - 2700x$ representa la cantidad “y” que debe Mario después de “x” pagos. Realizar la gráfica de la ecuación.

SOLUCIÓN

La ecuación $y = 324,000 - 2,700x$ puede graficarse ubicando puntos, para ello se puede utilizar el método de tabulación, como lo aprendiste en Matemáticas 1, para ello se proporcionan valores a la variable “x”, se sustituyen en la ecuación y se encuentran los correspondientes valores de “y”.

Los valores que se tomarán están expresados en la tabla siguiente:

x	y
0	324,000
10	297,000
20	270,000
30	243,000
40	216,000
50	189,000

$$y = 324,000 - 2700x$$

$$y = 324,000 - 2700(0) = 324\ 000$$

$$y = 324,000 - 2700(10) = 297\ 000$$

$$y = 324,000 - 2700(20) = 270\ 000$$

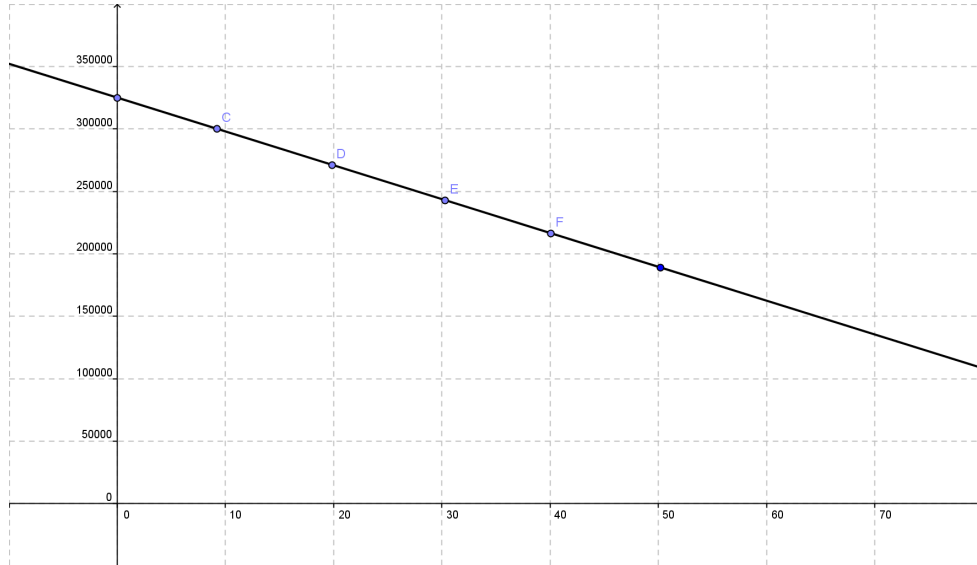
$$y = 324,000 - 2700(30) = 243\ 000$$

$$y = 324,000 - 2700(40) = 216\ 000$$

$$y = 324,000 - 2700(50) = 189\ 000$$

Ecuación de la Recta, La representación tabular de la Ecuación de la Recta

La ubicación de los puntos se visualiza en la siguiente gráfica.



En este ejemplo se observan varios elementos que vale la pena tomar en cuenta para p .

A este método para graficar una recta se le conoce como tabulación; es decir, dar valores a "x", calcular el correspondiente valor de "y" y colocar estos puntos en una tabla, después ubicar los puntos encontrados en el plano y unirlos para obtener una recta.

Definición de la recta.

Como ya te diste cuenta, una recta es el lugar geométrico del conjunto de puntos, tal que al unirlos dos a dos tienen la misma inclinación y por lo tanto si se toman dos puntos cualesquiera de ellos la pendiente es constante.

Para comprobar la definición anterior, analizaremos el siguiente ejemplo:

Ecuación de la Recta, La representación tabular de la Ecuación de la Recta

Ejemplo 1

La gráfica corresponde a la ecuación $y = 3x + 1$
Si tabulamos para 4 valores de "x":

Puntos	x	y
P_1	-3	-8
P_2	-1	-2
P_3	0	1
P_4	2	7
P_5	3	10

$$y = 3(-3) + 1 = -9 + 1 = -8$$

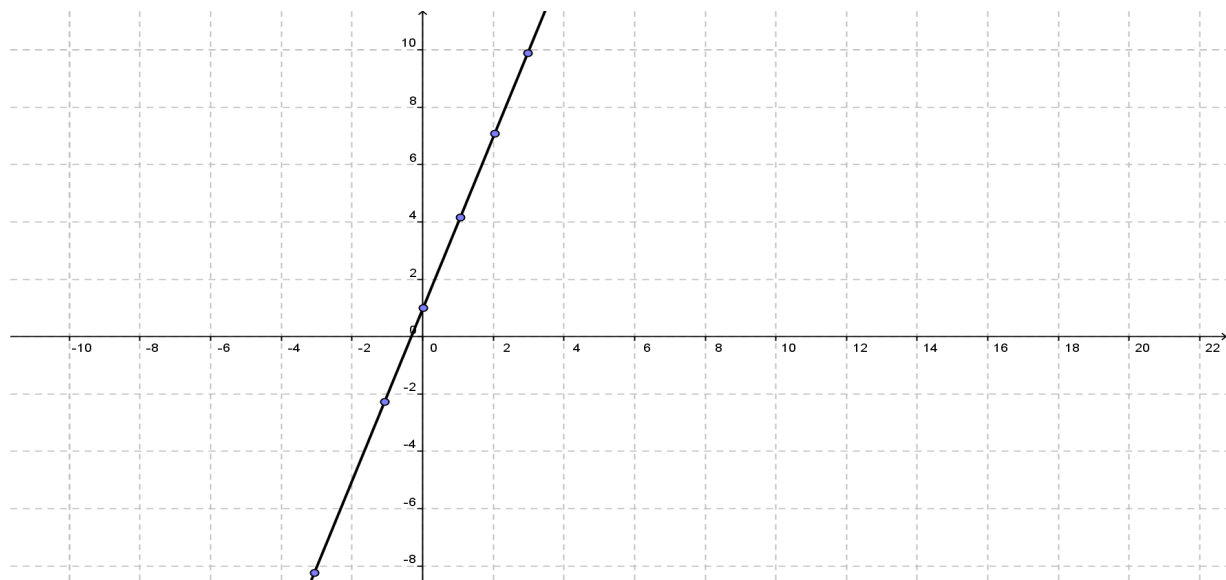
$$y = 3(-1) + 1 = -3 + 1 = -2$$

$$y = 3(0) + 1 = 0 + 1 = 1$$

$$y = 3(2) + 1 = 6 + 1 = 7$$

$$y = 3(3) + 1 = 9 + 1 = 10$$

Si graficamos:



Ecuación de la Recta, La representación tabular de la Ecuación de la Recta

La definición dice que si un conjunto de puntos pertenece a una recta entonces si tomamos de dos a dos deben tener la misma pendiente. Recordando que la fórmula de la pendiente es:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Procedemos a calcular la pendiente para cada par de puntos.

$P_1(-3, -8), P_2(-1, -2)$	$P_2(-1, -2), P_3(0, 1)$	$P_3(0, 1), P_4(2, 7)$	$P_4(2, 7), P_5(3, 10)$	$P_5(3, 10), P_1(-3, -8)$
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
$m = \frac{-2 - (-8)}{-1 - (-3)}$	$m = \frac{1 - (-2)}{0 - (-1)}$	$m = \frac{7 - 1}{2 - 0}$	$m = \frac{10 - 7}{3 - 2}$	$m = \frac{-8 - 10}{-3 - 3}$
$m = \frac{6}{2}$	$m = \frac{3}{1}$	$m = \frac{6}{2}$	$m = \frac{3}{1}$	$m = \frac{-18}{-6}$
$m = 3$	$m = 3$	$m = 3$	$m = 3$	$m = 3$

Si observas con cuidado al tomar de dos en dos puntos y calcular la pendiente para cada par de puntos, la pendiente que se obtiene es el misma, por lo que queda demostrado que no importa cuales pares de puntos tomemos, tendrán la misma pendiente.

Ejemplo 2.

La gráfica corresponde a la ecuación $y = -2x + 3$

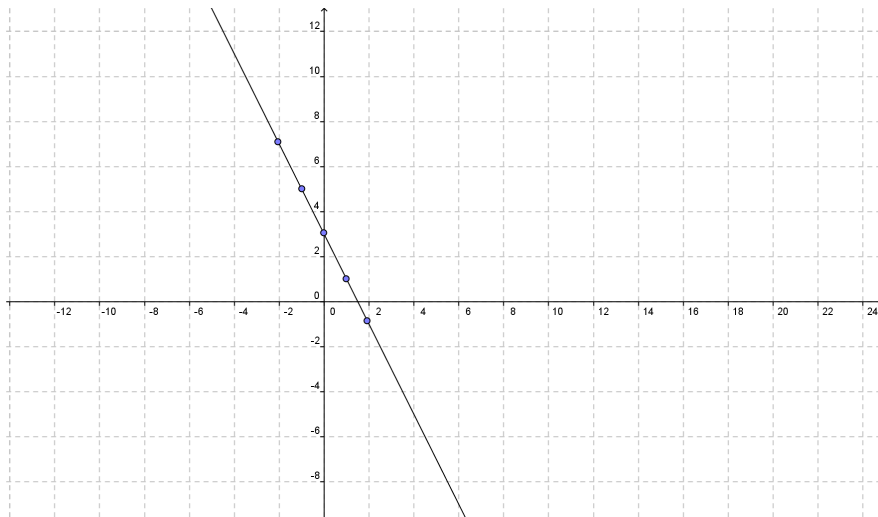
Si tabulamos para 4 valores de "x":

Puntos	x	y
P_1	-2	7
P_2	-1	5
P_3	0	3
P_4	1	1

Ecuación de la Recta, La representación tabular de la Ecuación de la Recta

$$\begin{aligned}y &= -2(-2) + 3 = 4 + 3 = 7 \\y &= -2(-1) + 3 = 2 + 3 = 5 \\y &= -2(0) + 3 = 0 + 3 = 3 \\y &= -2(1) + 3 = -2 + 3 = 1 \\y &= -2(2) + 3 = -4 + 3 = -1\end{aligned}$$

Si graficamos:



Ecuación de la Recta, La representación tabular de la Ecuación de la Recta

Calculamos la pendiente para cada par de puntos.

$P_1(-2, 7), P_2(-1, 5)$	$P_2(-1, 5), P_3(0, 3)$	$P_3(0, 3), P_4(1, 1)$
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
$m = \frac{5 - 7}{-1 - (-2)}$	$m = \frac{3 - 5}{0 - (-1)}$	$m = \frac{1 - 3}{1 - 0}$
$m = \frac{-2}{1}$	$m = \frac{-2}{1}$	$m = \frac{-2}{1}$
$m = -2$	$m = -2$	$m = -2$

Las pendientes son las mismas.