Ecuación Ordinaria – Estándar

Ya que conocemos cuáles son los elementos que definen a la hipérbola, vamos a graficar y obtenerlos cuando se dan algunos de ellos, o bien cuando nos dan la ecuación.

Ejemplo 1

$a = 4, b = 3, C(0,0)$, vertical.

Solución

Calculamos c, con:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = (4)^2 + (3)^2$$

$$c^2 = 16 + 9$$

$$c = \sqrt{25}$$

$$c = 5$$

Ubicamos el centro en el origen.

Como es horizontal, medimos 4 unidades hacia arriba y hacia abajo del centro y marcamos los vértices.

Medimos 3 unidades hacia la derecha y 3 hacia la izquierda del centro para los valores de B_1 y B_2

Medimos el valor de $c = 5$, hacia arriba y abajo del centro, que corresponde a los focos.

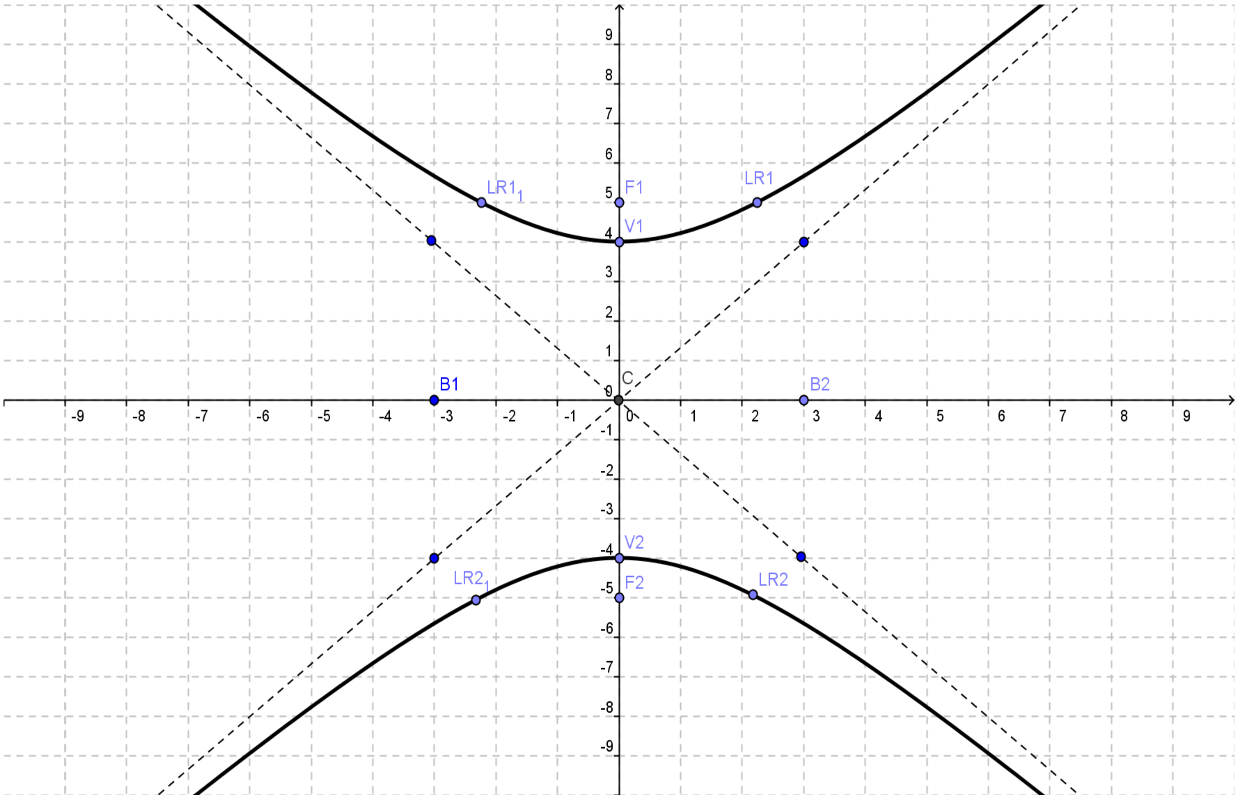
Calculamos la longitud del lado recto con $\overline{LR} = \frac{2b^2}{a}$, $\overline{LR} = \frac{2(9)}{4}$ y obtenemos $\overline{LR} = \frac{18}{4}$

Ubicamos la mitad de esa medida $\left(\frac{9}{4}\right)$ hacia la derecha e izquierda del foco.

Unimos los puntos en dos curvas.

Obtenemos la ecuación cuando el centro está en el origen y es vertical.

$$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$$



Obtenemos las coordenadas de los elementos de la hipérbola.

Coordenadas de los elementos:

$$C(0,0)$$

$$V_1(0,4), V_2(0,-4)$$

$$F_1(0,5), F_2(0,-5)$$

$$B_1(3,0), B_2(-3,0)$$

$$\overline{LR}\left(\frac{9}{4},5\right),\left(\frac{9}{4},-5\right),\left(-\frac{9}{4},5\right),\left(-\frac{9}{4},-5\right)$$

Asíntotas:

$$y - 0 = \pm\frac{4}{3}(x - 0)$$

$$y = \pm\frac{4}{3}x$$

La hipérbola está dada por la ecuación:

$$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$$

Solución

Si analizamos la ecuación podemos ver que:

A la x^2 y a la y^2 no se le suma ni resta ningún número por lo que deducimos que el centro está en el origen.

En la ecuación aparece primero la "x^2", lo que indica que es horizontal.

La $a = \sqrt{36}$ y $b = \sqrt{64}$; es decir, $a = 6$ y $b = 8$.

Calculamos c con $c^2 = a^2 + b^2$, y obtenemos:

$$c^2 = (6)^2 + (8)^2$$

$$c^2 = 100$$

$c = \sqrt{100}$

$$c = 10$$

Calculamos la longitud del lado recto con $\overline{LR} = \frac{2b^2}{a}$, y obtenemos $\overline{LR} = \frac{64}{3}$, aproximadamente 21.33.

Ubicamos la mitad de esa medida $\frac{32}{3} = 10.66$ hacia arriba y hacia debajo de los focos.

Gráfica:

En el plano ubicamos el centro en el origen.

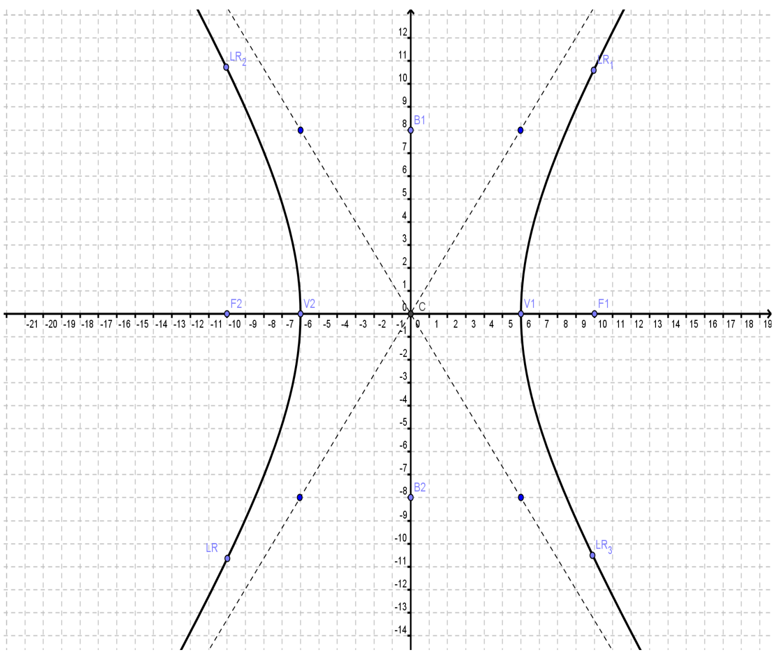
Medimos del centro hacia los lados 6 unidades que corresponden al valor de "a" (recordemos que es horizontal).

Medimos hacia arriba y abajo del centro 8 unidades que corresponden al valor de "b".

Marcamos hacia los lados 10 unidades para los focos que corresponden al valor de "c".

Unimos lo puntos para las dos curvas que forman la hipérbola.

Obtenemos las coordenadas de los elementos de la hipérbola.



Coordenadas de los elementos:

$$C(0,0)$$

$$V_1(6,0), V_2(-6,0)$$

$$F_1(10,0), F_2(-10,0)$$

$$B_1(0,8), B_2(0,-8)$$

$$\overline{LR}\left(10,\frac{32}{3}\right),\left(10,-\frac{32}{3}\right),\left(-10,\frac{32}{3}\right),\left(-10,-\frac{32}{3}\right)$$

Asíntotas:

$$y = \pm\frac{8}{6}x$$

Simplificando:

$$y = \pm\frac{4}{3}x$$

$C(-4,5)$, distancia entre los focos $\overline{F_1F_2} = 12$ y $e = 2$, horizontal.

Solución

Como el centro está fuera del origen y es horizontal, la ecuación que se aplica es:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

La longitud entre los focos es 12, por lo que la mitad corresponde al valor de $c = 6$

Como la excentricidad es $e = \frac{c}{a}$, despejamos $a = \frac{c}{e}$, sustituyendo obtenemos $a = \frac{6}{2}$, $a = 3$

Con $a = 3$ y $c = 6$, sustituimos en:

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = (6)^2 - (3)^2$$

$$b^2 = 36 - 9$$

$$b^2 = 27$$

$$b = \sqrt{27}$$

La longitud del lado recto está dada por: $\overline{LR} = \frac{2b^2}{a}$

$$\overline{LR} = \frac{2\left(\sqrt{27}\right)^2}{3} = 18$$

La mitad del lado recto es $\frac{18}{2} = 9$

Gráfica:

Ubicamos el centro en $(-4, 5)$.

Ubicamos los vértices hacia los lados del centro midiendo 3 unidades a cada lado del centro.

Los focos se ubican marcando 6 unidades a cada lado del centro.

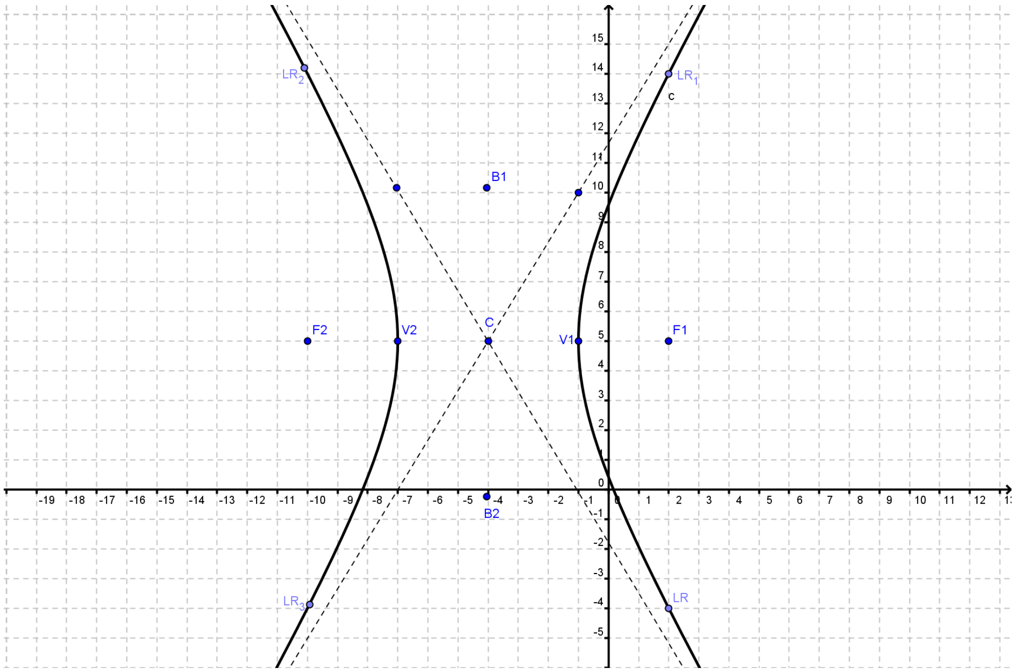
El eje menor se mide del centro hacia arriba $\sqrt{27}$ y hacia abajo.

Para la longitud del lado recto, se miden 9 unidades hacia arriba y hacia abajo de los focos.

Se obtiene la ecuación de la hipérbola.

Ecuación Ordinaria – Estándar

Se obtienen las coordenadas de los elementos de la hipérbola.



Ecuación: $C(-4,5), a=3, b=\sqrt{27}$

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

$$\frac{(x+4)^2}{(3)^2}-\frac{(y-5)^2}{\left(\sqrt{27}\right)^2}=1$$

$$\frac{(x+4)^2}{9}-\frac{(y-5)^2}{27}=1$$

Coordenadas de los elementos:

$$C(-4,5)$$

$$V_1(-1,5), V_2(-7,5)$$

$$F_1(2,5), F_2(-10,5)$$

$$B_1\left(-4,5+\sqrt{27}\right), \qquad B_2\left(-4,5-\sqrt{27}\right)$$

$$\overline{LR}(2,14),(2,-4),(-10,14),(-10,-4)$$