Problemas de Aplicación

Una alberca tiene forma elíptica y cumple con la siguiente ecuación:

$$900x^2 + 225y^2 = 202{,}500$$

¿Qué dimensiones tiene la alberca de largo y de ancho?

¿Cuál es la longitud del lado recto?

¿Cuál es la distancia entre los focos?

Solución

Primero cambiamos la ecuación de la forma general a la forma ordinaria para identificar las longitudes del lado recto y del eje mayor y menor.

$$900x^2 + 225y^2 = 202{,}500$$

$$\frac{900x^2}{202{,}500} + \frac{225y^2}{202{,}500} = 1$$

$$\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{900} = 1$$

Por lo que podemos observar que $a^2 = 900$ y $b^2 = 225$; es decir, la elipse formada es horizontal; en consecuencia $a = 30$ y $b = 15$.

El eje mayor estará dado por $2a = 60$ unidades que corresponde al largo.

El eje menor estará dado por $2b = 30$ unidades que corresponde al ancho.

Para la longitud del lado recto tenemos:

$$\overline{LR} = \frac{2b^2}{a}$$

$$\overline{LR} = \frac{2(15)^2}{30}$$

$\overline{LR} = 15$ Unidades

Para la distancia entre los focos calculamos el valor de c que está dado por:

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$c^2 = (30)^2 - (15)^2$$

$$c^2 = 900 - 225$$

$$c^2 = 675$$

$c = 25.98$ Unidades

Por lo que la distancia entre los focos es:

$$2c = 2(25.98)$$

$2c = 51.96$ Unidades

Se desea hacer un jardín que tiene forma elíptica (vertical) donde el eje mayor tiene una longitud de $50\ m$ y el eje menor de $32\ m$.

¿Cuál es la ecuación que la define?

¿Qué longitud tiene el lado recto?

Solución

Eje mayor $= 50$, por lo que la mitad es el valor del parámetro “a”, $a = 25$.

Eje menor $= 32$, por lo que la mitad es el valor del parámetro “b”, $b = 16$.

Si ubicamos el centro de la elipse en $(0, 0)$ la ecuación que la define es de la forma:

La ecuación que la define está dada por:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$$

Por lo que $a = 5$ y $b = 4$, entonces $c^2 = a^2 - b^2$

El lado recto es:

$$\overline{LR} = \frac{2b^2}{a}$$

$$\overline{LR} = \frac{2(4)^2}{5}$$

$\overline{LR} = 6.4$ Unidades