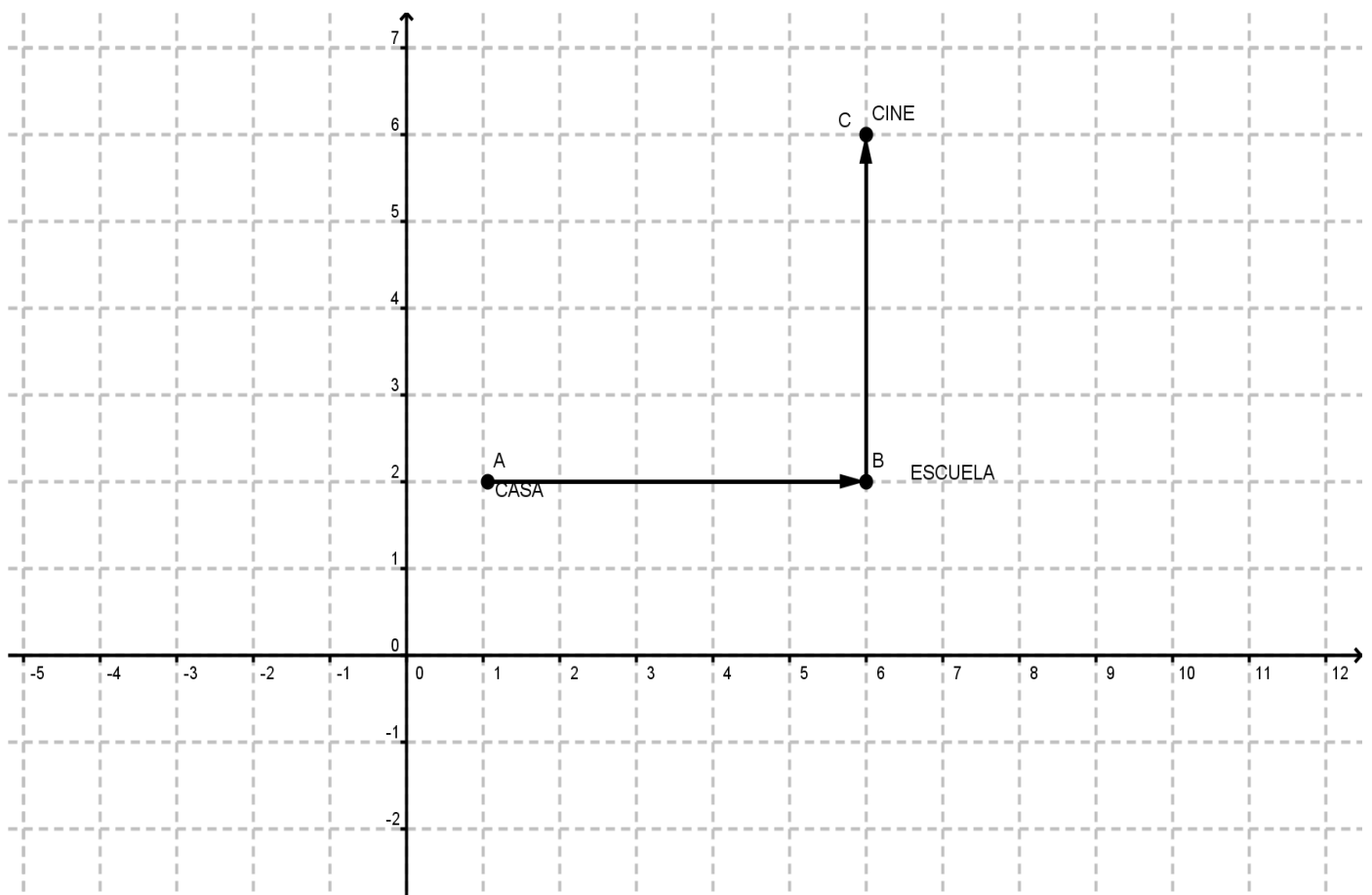


# Longitud de un segmento determinado por dos puntos

## Ejemplo 1

Lucía se transporta en bicicleta de su casa (A) hasta la escuela donde estudia (B). Al salir de la escuela, acompaña a sus amigas al cine (C). ¿Cuál es la distancia total que recorre? Suponga que cada unidad es equivalente a 10 metros.



# Longitud de un segmento determinado por dos puntos

## Solución

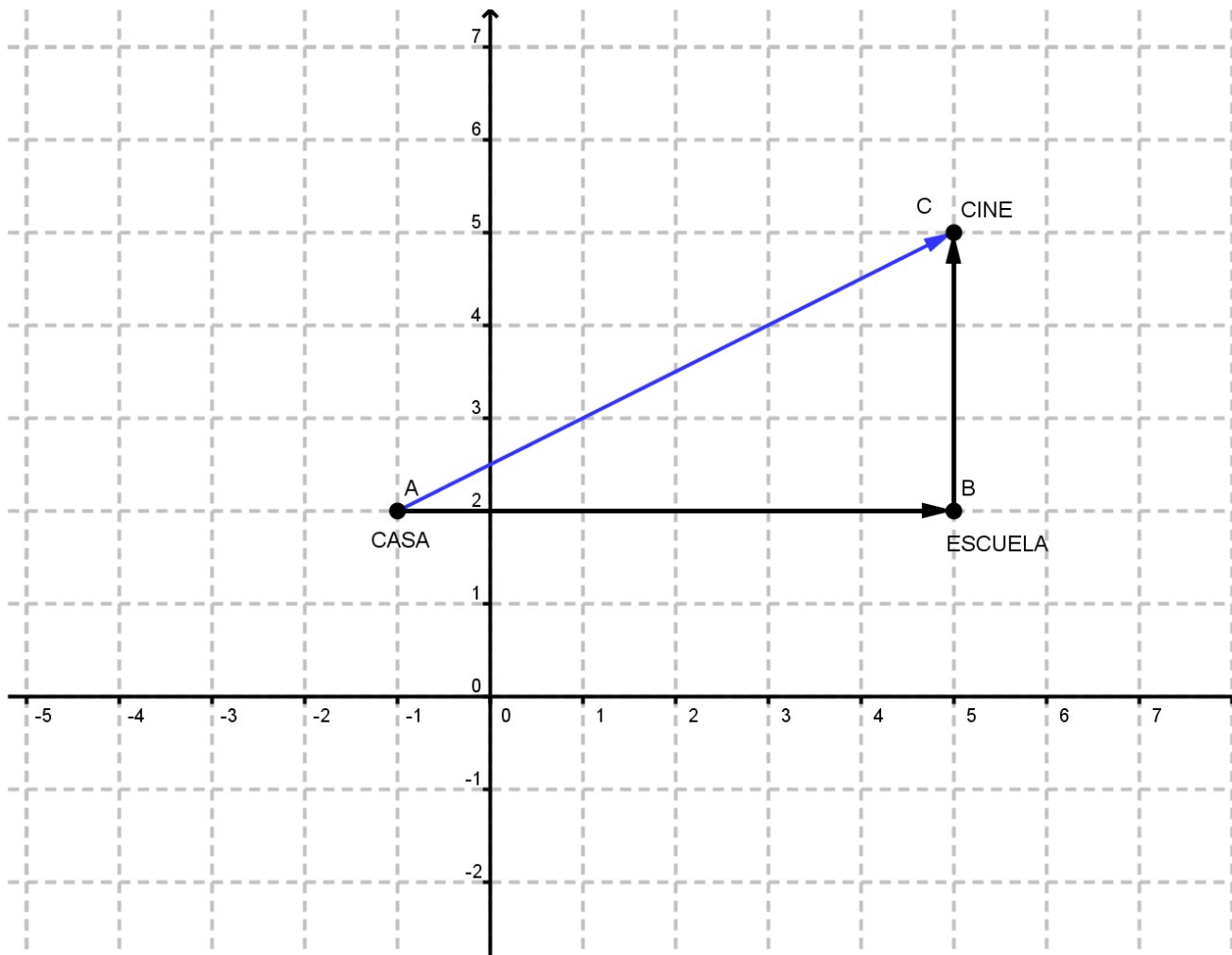
- Anotando primero las coordenadas de cada punto tenemos: A(1,2) , B(6,2) y C(6,6)
- Si consideramos la distancia de la casa (A) a la escuela (B) observamos que hay 5 unidades de diferencia, como cada unidad equivale a 10 metros la distancia recorrida de A hacia B es de 50 m
- De la escuela (B) al cine (C) hay 4 unidades de diferencia por lo tanto corresponde a 40 m
- El recorrido total será de:  
De A a B = 50 m  
De B a C = 40 m  
Recorrido total  $50\text{ m} + 40\text{ m} = 90\text{ m}$

# Longitud de un segmento determinado por dos puntos

## Ejemplo 2

Retomando el ejemplo anterior pero cambiando las coordenadas A, B y C. El recorrido sería el siguiente:

## Solución



Las coordenadas serían:  $A(-1, 2)$ ;  $B(5, 2)$  y  $C(5, 5)$

Si observas la gráfica, podemos ver que se forma un triángulo rectángulo cuyos catetos son  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  y la hipotenusa está formada por la longitud  $\overline{AC}$ .

# Longitud de un segmento determinado por dos puntos

Del teorema de Pitágoras sabemos que:

$$(\text{Hip})^2 = (\text{cat})^2 + (\text{cat})^2$$

Sustituyendo la información se obtiene:

$$(\overline{AC})^2 = (\overline{AB})^2 + (\overline{BC})^2$$

$$(\overline{AC})^2 = (60 \text{ m})^2 + (30 \text{ m})^2$$

$$(\overline{AC})^2 = 3\,600 \text{ m}^2 + 900 \text{ m}^2$$

$$(\overline{AC})^2 = 4\,500 \text{ m}^2$$

$$\overline{AC} = \sqrt{4\,500 \text{ m}^2}$$

$$\overline{AC} = 67.08 \text{ m}$$

Esta es la longitud del recorrido de Lucía de su casa al cine directamente.

El ejemplo anterior ayuda a visualizar la forma de obtener la distancia entre dos puntos cualesquiera en un plano cartesiano. Si la distancia es entre puntos alineados horizontalmente ( $\overline{AB}$ ), podemos observar que para calcular la distancia entre los puntos A y B solo basta restar los valores de la abscisa "x" de ambos puntos: A(-1, 2) y B(5, 2):

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= |x_2 - x_1| \\ \overline{AB} &= |5 - (-1)|\end{aligned}$$

$$\overline{AB} = 6; \text{ como cada unidad equivale a } 10 \text{ m } \overline{AB} = 60 \text{ m}$$

# Longitud de un segmento determinado por dos puntos

Para calcular la distancia entre puntos alineados verticalmente como es el caso de  $\overline{BC}$ , solo tenemos que restar los valores de las ordenadas "y" de ambos puntos: B(5,2) y C(5,5)

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= |y_2 - y_1| \\ \overline{BC} &= |5 - 2|\end{aligned}$$

$$\overline{BC} = 3; \text{ Como cada unidad equivale a 10 m } \overline{BC} = 30 \text{ m}$$

Sabemos que  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  corresponden a los catetos en el triángulo rectángulo que se forma, por lo que aplicando el Teorema de Pitágoras tenemos que sustituyendo la información se obtiene:

$$\begin{aligned}(\overline{AC})^2 &= (\overline{AB})^2 + (\overline{BC})^2 \\ (\overline{AC})^2 &= (|x_2 - x_1|)^2 + (|y_2 - y_1|)^2\end{aligned}$$

Los valores absolutos son para que las longitudes sean positivas; también cuando se eleve al cuadrado cada término, el resultado será positivo, así que para hacerlo más práctico, se tomarán únicamente los cuadrados, como sigue:

$$(\overline{AC})^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

Ahora se despeja la  $\overline{AC}$  sacando raíz.

Habrá que recordar que hay dos posibles resultados al sacar una raíz, solo que consideraremos el resultado positivo, dado que la distancia no es negativa.

$$\overline{AC} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

De donde obtenemos la fórmula para calcular la distancia entre dos puntos.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

# Longitud de un segmento determinado por dos puntos

## Ejemplo 3

Comprobar la fórmula anterior usando las coordenadas de A(-1,2) y C(5,5) que corresponden a los puntos de la casa de Lucy (A) y el cine (C).

## Solución

$$\begin{array}{ll} A(-1,2) & C(5,5) \\ A(x_1, y_1) & C(x_2, y_2) \end{array}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(5 - (-1))^2 + (5 - 2)^2}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(6 \text{ m})^2 + (3 \text{ m})^2}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{36 \text{ m}^2 + 9 \text{ m}^2}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{45 \text{ m}^2}$$

$$\overline{AC} = 6.708 \text{ m}$$

Como cada unidad equivale a 10 m, la distancia entre  $\overline{AC} = 6.708 \text{ m}$ , el cual es el mismo resultado sin usar la fórmula.

## Ejemplo 4

Graficar y calcular la longitud del segmento que une a los puntos A(1,2) y B(6,5).

# Longitud de un segmento determinado por dos puntos

## Ejemplo 4

Graficar y calcular la longitud del segmento que une a los puntos A(1,2) y B(6,5).

## Solución

$$\begin{array}{ll} A(1,2) & B(6,5) \\ A(x_1, y_1) & B(x_2, y_2) \end{array}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(6 - 1)^2 + (5 - 2)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(5)^2 + (3)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{25 + 9}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{34}$$

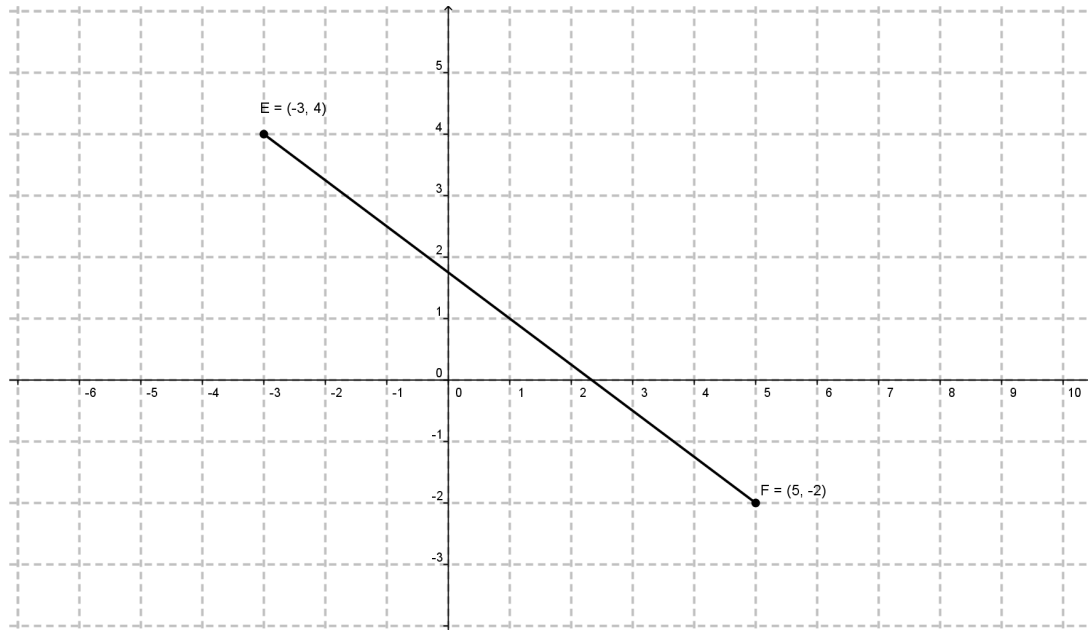
$$\overline{AC} = 5.83 \text{ Unidades}$$

# Longitud de un segmento determinado por dos puntos

## Ejemplo 5

Graficar y calcular la longitud del segmento que une a los puntos  $E(-3, 4)$  y  $F(5, -2)$ .

## Solución



$$\begin{array}{ll} E(-3, 4) & F(5, -2) \\ E(x_1, y_1) & F(x_2, y_2) \end{array}$$

$$\overline{EF} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} \overline{EF} &= \sqrt{(5 - (-3))^2 + (-2 - 4)^2} \\ \overline{EF} &= \sqrt{(8)^2 + (-6)^2} \end{aligned}$$

$$\overline{EF} = \sqrt{64 + 36}$$

$$\overline{EF} = \sqrt{100}$$

$$\overline{EF} = 10 \text{ Unidades}$$