Funciones

Clasificación de las funciones

Hacia finales del siglo XVIII, los matemáticos y científicos habían llegado a la conclusión de que un gran número de fenómenos de la vida real podían representarse mediante modelos matemáticos, construidos a partir de una colección de funciones denominadas funciones elementales, las cuales se dividen en tres categorías.

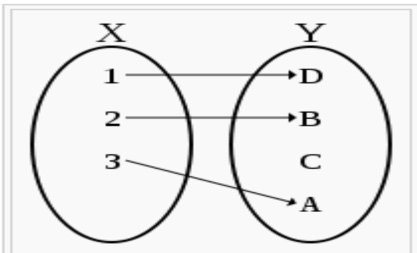
1. **Funciones Algebraicas** (polinómicas, radicales, racionales)

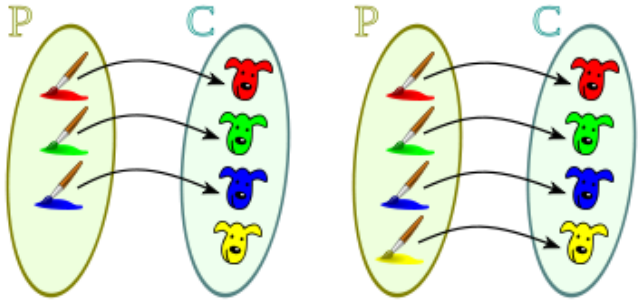
2. **Funciones Trigonométricas o Trascendentes** (seno, coseno, tangente, etc.)

3. **Funciones Exponenciales y Logarítmicas.**

Otro tipo de clasificación de funciones en base a conjuntos es: dados dos conjuntos X, Y, consideremos a todas las posibles aplicaciones (funciones) que pueden formarse entre estos dos conjuntos.

Función inyectiva: En matemáticas, una función f: X →Y es inyectiva si a cada valor del conjunto X (dominio) le corresponde un valor distinto en el conjunto Y (imagen) de f. Es decir, a cada elemento del conjunto X le corresponde un solo valor de Y tal que, en el conjunto X no puede haber dos o más elementos que tengan la misma imagen.

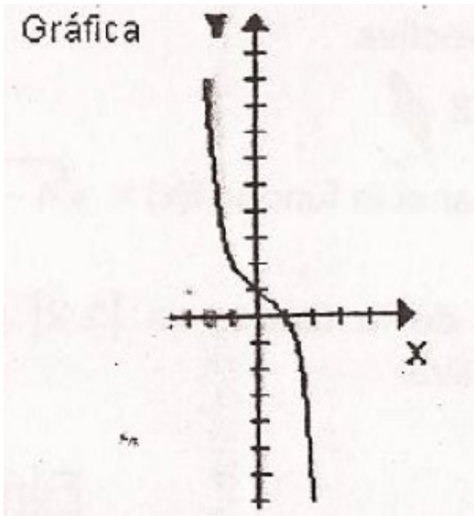




Ejemplo: determinar si la función $\boldsymbol{f(x) = 1 - x^3}$ es inyectiva

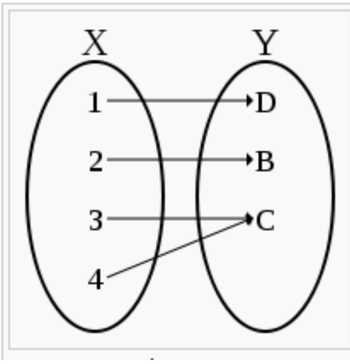
Solución: se debe construir una tabla de valores para evaluar la función y se grafica

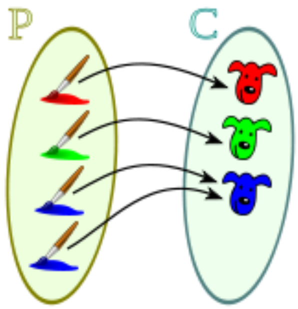
x	y
-2	9
-1	2
0	1
1	0
2	-7

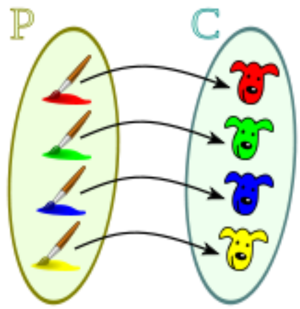


Se observa que para valores diferentes del dominio se obtienen valores diferentes en el rango, por lo tanto la función es inyectiva.

Función sobreyectiva: En matemáticas, una función f: X →Y es sobreyectiva, si está aplicada sobre todo el contradominio, es decir, cuando la imagen Y, o en palabras más sencillas, cuando cada elemento de "Y" es la imagen de como mínimo un elemento de "X". Es decir, el dominio es igual a su rango.







Ejemplo: determinar si la función:

a) $f(x) = x^2 + 1$

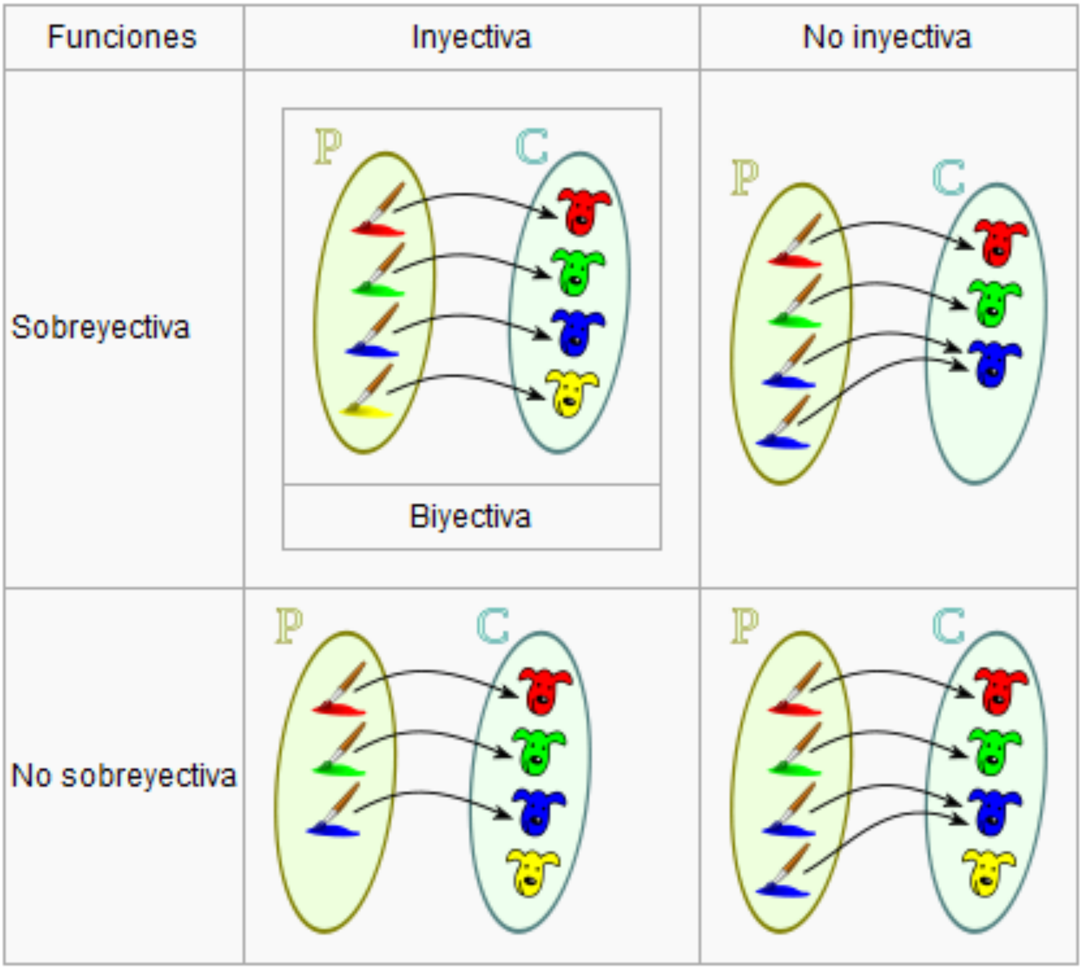
Solución: El dominio de la función es $(-\infty, \infty)$ y su rango $[1, \infty)$, por lo tanto la función no es suprayectiva.

b) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}\ con\ x \in [0, 2]$

Solución: el rango de la función es $[0,2]$ y es igual al dominio, por lo tanto la función es suprayectiva.

Función biyectiva: En matemáticas, una función f: X →Y es biyectiva si es al mismo tiempo inyectiva y sobreyectiva; es decir, si todos los elementos del conjunto de salida X tienen una imagen distinta en el conjunto de llegada Y, y a cada elemento del conjunto de llegada le corresponde un elemento del conjunto de salida.

Funciones



Ejemplo: comprobar que la función $\boldsymbol{f(x) = 3x + 1}$es biyectiva.

Solución: la función es inyectiva porque a cada elemento del dominio le corresponde un único valor del rango;

x	-1	0	1	2	3
f(x)	-2	1	4	7	10

El dominio de la función es $(-\infty, \infty)$ y su rango $(-\infty, \infty)$, entonces es suprayectiva; como la función es inyectiva y suprayectiva, entonces f(x) es biyectiva