Función de una Variable Real

Sean X y Y conjuntos de números reales. Una función real $\boldsymbol{f}$ **de una variable real** x de X a Y es una correspondencia que asigna a cada número x de X exactamente un número y de Y.

El **dominio** de la función es el conjunto X. El número y es la **imagen** de x por f y se denota mediante $f(x)$, a lo cual se le llama el **valor de $\boldsymbol{f}$ en x. El recorrido o rango** de f se define como el subconjunto de Y formado por todas las imágenes de los números X.

Las funciones pueden especificarse de muchas formas:

- Forma Implícita: $x^2 + 2y = 1$
- Forma Explícita: $y = \frac{1}{2}(1 - x^2)$
- Notación de Funciones $f(x) = \frac{1}{2}(1 - x^2)$

Las ecuaciones que se dan en forma implícita deben despejarse en función de y para obtener la ecuación en forma explícita. La notación de funciones tiene la ventaja de que permite identificar la variable dependiente como $f(x)$, informando al mismo tiempo que la variable independiente es x y que la función se denota por "f".

El símbolo $f(x)$se lee "f *de* x". La notación de funciones permite ahorrar palabras; en lugar de preguntar “¿Cuál es el valor de y el cual corresponde a x=3?” se puede preguntar “¿Cuánto vale $f(3)$?”.

El papel de la variable x en una ecuación es, simplemente, el de llenar un hueco, por ejemplo:

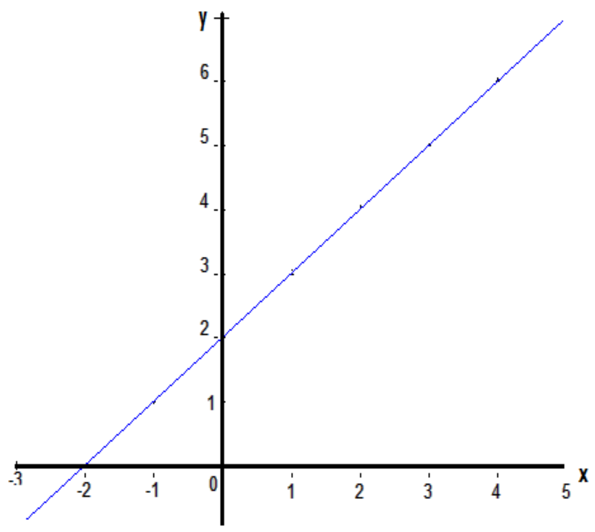
Sí $\boldsymbol{f(x) = x + 2}$ su dominio natural son los números reales, por lo tanto x puede asumir cualquier valor comprendido de $(-\infty, \infty)$.

$$\boldsymbol{f(x) = (\quad) + 2}$$

$\boldsymbol{f(-2) = (-2\ ) + 2}$ $\boldsymbol{f(-2) = -2\ \ + 2 = 0}$	$\boldsymbol{f(3) = (\ 3\ ) + 2}$ $\boldsymbol{f(3) = 3\ \ + 2 = 5}$

Función de una Variable Real

Al evaluar la función con diversos valores es recomendable utilizar una tabulación para ir formando las coordenadas, que graficaremos en el plano cartesiano.



x	y
-3	-1
-2	0
-1	1
0	2
1	3
2	4
3	5
4	6

La gráfica de una función está formada por todos los puntos $(x, f(x))$ donde x pertenece al dominio de f.

EJEMPLO DE EVALUACIÓN DE UNA FUNCIÓN

La función $\boldsymbol{f(x) = x^2 + 7}$evalúela en: a) $f(3a)$ y b)$f(b-1)$

$\boldsymbol{f(x) = x^2 + 7}$	$\boldsymbol{f(x) = x^2 + 7}$
$\boldsymbol{f(3a) = (3a)^2 + 7}$	$\boldsymbol{f(b-1) = (b-1)^2 + 7}$
$f(3a) = 9a^2 + 7$	$f(b-1) = b^2 - 2b + 1 + 7$
	$f(b-1) = b^2 - 2b + 8$

Dominio y Rango de una función

El dominio implícito de una función es el conjunto de todos los números reales para los que está definida la ecuación, mientras que el dominio definido explícitamente es el que se da junto con la función, por ejemplo:

- $f(x) = \frac{1}{x^2-4}$, $4 \leq x \leq 5$ es un dominio definido $\{4 \leq x \leq 5\}$
- $f(x) = \frac{1}{x^2-4}$ es un dominio implícito, es el conjunto de los $\{x: x \neq \pm 2\}$

El rango o contradominio es el conjunto de imágenes de una función; se representa sobre el eje "y", dependiendo directamente de los valores del dominio. Por ejemplo:

- $f(x) = \sqrt{x-1}$ es un dominio implícito; es el conjunto de valores $\{x: x-1 \geq 0\}$, es decir, el intervalo $[1, \infty)$; su rango nunca es negativo, es decir $[0, \infty)$, el cual se observa al momento de obtener la gráfica de la función

- $f(x) = \sqrt{x-1}$