Inecuaciones Lineales

INECUACIONES LINEALES

El conjunto R de los números reales es un conjunto ordenada. Un número real a es menor que un número real b, si la diferencia b –a es positiva, Ejemplo; a < b, -2<5 puesto que

5 - (-2) = 7 es un número positivo. En la recta numérica, a < b significa que el número “a” está a la izquierda del número “b”.

a< b

El enunciado “a es menor que b” equivale a decir, “b es mayor que a” b>a. Un número a es positivo si a > 0 y negativo si a<0, entonces;

a < b o **b > a** se denomina desigualdad

Propiedades de las Desigualdades

A) Si a < b, entonces a + c < b + c para cualquier número real “c”.
B) Sí a < b y c > 0, entonces ac<bc.
C) Sí a < b y c< b, entonces ac>bc.
D) Sí a < b y b < c entonces a < c.

La propiedad (C) indica que sí se multiplica una desigualdad por un número negativo, entonces se invierte el sentido de la desigualdad. La expresión a ≤ b se lee “a es menor que o igual a b” y significa a < b o bien a = b.

Inecuaciones Lineales

EJEMPLOS:

1) Escriba las siguientes desigualdades en notación de intervalo;

   a) $-3 < x < 8 = (-3,8)$; en este caso usamos paréntesis para indicar un intervalo abierto, pues el signo de desigualdad nos indica que x es menor a -3 y a 8.

   b) $5 < x \leq 6 = (5,6]$; usamos la combinación de paréntesis y corchete, pues x es menor a 5 y el corchete se usa porque el signo de desigualdad nos está indicando que x es menor o igual a 6.

   c) $x \leq -1 = (-\infty,-1]$ los intervalos los cuales incluyen el infinito siempre van de manera abierta, pues no podemos determinar el valor del infinito.

2) Resuelva las siguientes desigualdades.

La finalidad que perseguimos al resolver una desigualdad, es obtener valores para "x" o despejar "x"; posteriormente debemos de escribir este resultado en notación de intervalos.

EJEMPLOS:

a) $4 < 2x - 3 < 8$

Primer paso.- Empezar por eliminar los términos que no tengan "x" en medio de la desigualdad; en este caso tenemos que agregar +3, en ambos lados de la desigualdad y realizar las operaciones aritméticas:

$$4 + 3 < 2x - 3 + 3 < 8 + 3$$

$$7 < 2x < 11$$

Segundo paso.- como el objetivo es dejar sin ninguna constante a "x", debemos realizar otra operación aritmética, la cual afectará a toda la desigualdad; en este caso vamos a dividir;

$$\left(7 < 2x < 11\right)\frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{7}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{11}{2}\right) \text{resolviendo la división; } \left(\frac{7}{2} < x < \frac{11}{2}\right)$$

Tercer paso.- el resultado obtenido lo debemos escribir en notación de intervalo, para lo cual tomamos en cuenta los coeficientes obtenidos en los extremos de la desigualdad y los signos de desigualdad;

$$\left(\frac{7}{2}, \frac{11}{2}\right)$$

b) $2x < 5x + 9$

Primer paso.- $2x + (-5x) < 5x + 9 - 5x$

$$\left(-3x < 9\right)$$

Como multiplicamos por un número, se debe invertir el

$$\left(-3x < 9\right)\frac{-1}{3}$$

Segundo paso

resolviendo $x > \dfrac{9}{-3}$;

Inecuaciones Lineales

Tercer paso $x > -3$

EJEMPLOS:

- $2x + 7 > 3$

$$2x + 7 - 7 > 7 - 3$$

$$(2x > -4)1/2$$

$$x > -2 \qquad (-2, \infty)$$

- $1 - x \leq 2$

$$1 - x - 1 \leq 2 - 1$$
$$-x \leq 1$$

$$x \geq -1 \qquad [-1, \infty)$$

- $4 - 3x \geq 6$

$$4 - 3x - 4 \geq 6 - 4$$

$$(-3x \geq 2) - 1/3$$

$$x \leq \frac{2}{3} \qquad (-\infty, 2/3]$$

- $\frac{7-3x}{2} \leq 1$

$$2\left[\frac{7-3x}{2} \leq 1\right]$$

$$7 - 3x \leq 2$$

$$7 - 3x - 7 \leq 2 - 7$$

$$(-3x \leq -5) - 1/3$$
$$x \geq \frac{5}{3}\left[\frac{5}{3}, \infty\right)$$