Inecuaciones con Valor Absoluto

Sí "a" es un número real su valor absoluto es; $|a| = \begin{cases} a, sí \geq 0 \\ \text{- a, sí} < 0 \end{cases}$

En la recta numérica, IaI es la distancia entre el origen y el número "a". La distancia entres dos puntos a y b, es b-a si a<b, o bien a-b sí b<a. Por lo tanto, el valor absoluto de la distancia entre a y b es $|b-a|$, obsérvese que: $|b-a| = |a-b|$.

Ejemplos:

a) $|-5| = 5$

b) $|2x-1| = \begin{cases} \text{2x - 1, sí 2x - 1} \geq 0 \\ \text{- (2x - 1), sí 2x - 1} < 0 \end{cases}$

$$2x - 1 \geq 0 \qquad 2x - 1 < 0$$

$$2x - 1 + 1 \geq 0 + 1 \qquad 2x - 1 + 1 \geq 0 + 1$$

$$[2x \geq 1]\frac{1}{2} \qquad [2x < 1]\frac{1}{2}$$

$$x \geq \frac{1}{2} \qquad x < \frac{1}{2}$$

a) La distancia entre -5 y 7 es la misma que entre 7 y -5.

$$|7-(-5)| = |12| = 12 \text{ unidades}$$

$$|-5-7| = |-12| = 12 \text{ unidades}$$

Inecuaciones con Valor Absoluto

Propiedades de los valores absolutos

a) $|ab| = |a||b|$

b) $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}, pero\ b \neq 0$

c) $|a^n| = |a|^n$

Valores absolutos y Desigualdades

Como $|x|$ da la distancia entre un número “x” y el origen, la solución de la desigualdad $|x| < b$ sí b > 0, es el conjunto de los números reales ”x” que están a una distancia menor que “b” unidades respecto del origen.

$|x|<b$ sí y sólo sí; -b<x<b

La solución de la desigualdad $|x| > b$ es el conjunto de los números reales, que están a una distancia mayor que “b” unidades respecto del origen;

$|x| > b$ sí y sólo sí x > b ó bien x < -b

Inecuaciones con Valor Absoluto

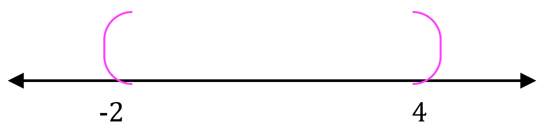
Sí $|x-a| \leq b, sí$ b > 0representa el conjunto de los números reales R "x" cuya distancia al número, si "a" es menor que o igual a "b" unidades $|x-a| \leq b$, sí y solo sí "x" es un número de intervalo cerrado [a-b ,a+b].

Ejemplos:

para resolver este tipo de desigualdades se deben considerar los dos enunciados anteriores y visualizar si la desigualdad dada tiene signo de menor o mayor, y el resto de la desigualdad se resuelve como una desigualdad normal.

1. $|x-1| < 3$

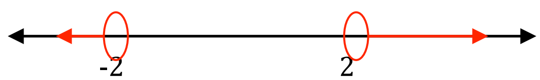
$$-3 < x - 1 < 3$$
$$-3 + 1 < x - 1 + 1 < 3 + 1$$
$$-2 < x < 4$$
$$(-2,4)$$



2. $|x| > 2$ ç

$x > 2$ ó x < -2

$$(-\infty,-2) \cup (2,\infty)$$



3. $0 < |x-2| \leq 7$

a)
$$|x-2|>0$$
$$x-2+2>0+2$$
$$x>2$$

b)
$$|x-2|\le 7$$
$$-7\le x-2\le 7$$
$$-7+2\le x-2+2\le 7+2$$
$$-5\le x\le 9$$

$[-5,2)\cup(2,9]$ *ó*

$[-5,9]$excepto el 2

4. $0<|x-2|\le 7$

a)
$$|x-2|>0$$
$$x-2+2>0+2$$
$$x>2$$

b)
$$|x-2|\le 7$$
$$-7\le x-2\le 7$$
$$-7+2\le x-2+2\le 7+2$$
$$-5\le x\le 9$$

$[-5,2)\cup(2,9]$ *ó*

$[-5,9]$excepto el 2

EJEMPLOS DESIGUALDADES CON VALOR ABSOLUTO

5. $|\boldsymbol{x}+\mathbf{5}| \ge \mathbf{2}$

$$x+5 \ge 2$$
$$x+5-5 \ge 2-5$$
$$x \ge -3$$

$$x+5 \le -2$$
$$x+5-5 \le -2-5$$
$$x \le -7$$

$$(-\infty,-7] \cup [-3,\infty)$$

6. $|\mathbf{5}\boldsymbol{x}-\mathbf{2}|<6$

$$-\mathbf{6}\ <5\boldsymbol{x}-\mathbf{2}\ <6$$

$$-\mathbf{6}\ +\mathbf{2}\ <5\boldsymbol{x}-\mathbf{2}+\mathbf{2}\ <6+2$$

$$(-\mathbf{4}\ <5\boldsymbol{x}\ <8\,)\mathbf{1/5}$$

$$-\frac{4}{5}<\ x\ <\frac{8}{5}$$

$$\left(-\frac{4}{5},\frac{8}{5}\right)$$