Derivación de Fórmulas de Funciones Algebraicas: Derivada de un Cociente

El cociente $^{\boldsymbol{f}}/_{\boldsymbol{g}}$ de dos funciones derivables **f y g** es derivable en sí para todos los valores de x para los que $\boldsymbol{g(x) \neq 0}$. Además, la derivada de $^{\boldsymbol{f}}/_{\boldsymbol{g}}$ se obtiene mediante el denominador por la derivada del numerador menos el numerador por la derivada del denominador, todo dividido entre el cuadrado del denominador.

$$\boldsymbol{\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}, \qquad g(x) \neq 0}$$

Ejemplos:

1. $\boldsymbol{y = \frac{5x-2}{x^2+1}}$

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{5x-2}{x^2+1}\right] = \frac{(x^2+1)[5] - (5x-2)[2x]}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{5x^2 + 5 - 10x^2 + 4x}{(x^2+1)^2} \qquad = \frac{-5x^2 + 4x + 5}{(x^2+1)^2}$$

2. $\boldsymbol{y = \frac{x^2+3x}{6}}$

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{x^2+3x}{6}\right] = \frac{(6)[2x+3] - (x^2+3x)[0]}{(6)^2}$$

$$y' = \frac{12x+18}{36} = \frac{2x+3}{6}$$

Derivación de Fórmulas de Funciones Algebraicas: Derivada de un Cociente

3. $\boldsymbol{y = \frac{9}{5x^2}}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(5x^2)[0] - 9[10x]}{(5x^2)^2}$$

$$y' = \frac{-90x}{25x^4} = \frac{-18x}{5x^4} = \frac{-18}{5x^3}$$

4. $\boldsymbol{f(x) = \frac{3 - 2x - x^2}{x^2 - 1}}$

Planteamiento de la derivada

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x^2 - 1)[-2 - 2x] - (3 - 2x - x^2)[2x]}{(x^2 - 1)^2}$$

Reducción de Términos

$$= \frac{-2x^2 - 2x^3 + 2 + 2x - 6x + 4x^2 + 2x^3}{(x^2 - 1)^2} = \frac{2x^2 - 4x + 2}{(x^2 - 1)^2}$$

Factorización de términos

$$\frac{2x^2 - 4x + 2}{(x^2 - 1)^2} = \frac{(2)(x^2 - 2x + 1)}{(x^2 - 1)(x^2 - 1)} = \frac{(2)(x - 1)(x - 1)}{(x^2 - 1)(x^2 - 1)}$$

Simplificación y resultado

$$= \frac{(2)(x-1)(x-1)}{(x-1)(x+1)(x-1)(x+1)} = \frac{2}{(x+1)^2}$$