

Derivación de Fórmulas de Funciones Algebraicas: Derivadas de una Potencia

Si n es número racional, entonces la función $f(x) = x^n$ es derivable

$$\frac{d}{dx} [x^n] = nx^{n-1}$$

Ejemplos:

1. $f(x) = x^3 f'(x) = 3x^2$

La potencia pasa como coeficiente y se multiplica por el coeficiente inicial, y se disminuye en uno en el

2. $g(x) = \sqrt[3]{x} = x^{1/3} g'(x) = \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{3} x^{\frac{1}{3}+1} \right] = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3x^{2/3}}$

3. $y = \frac{1}{x^2} y' = x^{-2} = \frac{d}{dx} [-2x^{-2-1}] = -2x^{-3} = \frac{-2}{x^3}$

4. $f(x) = 54x^6 f'(x) = \frac{d}{dx} [54 * 6 x^{6-1}] = 324 x^5$

Los radicales se escriben como potencia para facilitar el proceso de derivación y las potencias negativas las pasamos al denominador para expresar correctamente el resultado

5. $y = \sqrt[3]{x^2} y' = x^{2/3} = \frac{2}{3} x^{-1/3} = \frac{2}{3x^{1/3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

6.- $f(x) = x f'(x) = 1$

Derivación de Fórmulas de Funciones Algebraicas: Derivadas de una Potencia

REGLA DEL MÚLTIPLO CONSTANTE

$$\frac{d}{dx}[cf(x)] = cf'(x)$$

$$= c \frac{d}{dx}[f'(x)]$$

EJEMPLOS:

$$1. y = 3x^2 y' = \frac{d}{dx}[3 * 2 x^{2-1}] = 6x$$

$$2. y = \frac{2}{x} y' = \frac{d}{dx}[2x^{-1}] = -2x^{-2} = \frac{-2}{x^2}$$

$$3. y = 2\sqrt{x} y' = 2(x)^{\frac{1}{2}} = \frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2} * 2 (x)^{\frac{1}{2}-1}\right] = x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$4. y = \frac{1}{2\sqrt[3]{x^2}} \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2} x^{-2/3}\right] = \frac{1}{2} * -\frac{2}{3} x^{-2/3-1} = -\frac{2}{6} x^{-5/3} = \frac{-1}{3} x^{-5/3} = \frac{-1}{3x^{5/3}}$$

$$5. y = \frac{5}{(2x)^3} \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left[\frac{5}{8} (x^{-3})\right] = \frac{5}{8} * -3x^{-4} = \frac{-15}{8x^4}$$

$$6. y = \frac{7}{(3x)^{-2}} \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}[63x^2] = 126x$$

La potencia pasa como coeficiente y se multiplica por el coeficiente inicial, y se disminuye en uno en el exponente.

En ocasiones es necesario reescribir la ecuación para poder derivarla más fácilmente, al obtener el resultado de la derivada hay que simplificarlo.

Derivación de Fórmulas de Funciones Algebraicas: Derivadas de una Potencia

REGLA DE LA SUMA Y LA DIFERENCIA

$$\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x) \text{ Regla de la suma}$$
$$\frac{d}{dx}[f(x) - g(x)] = f'(x) - g'(x) \text{ Regla de la diferencia}$$

Ejemplos:

1. $f(x) = x^3 - 4x + 5$

Regla del múltiplo

Regla de la constante

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}[3x^2] - \frac{d}{dx}[4x] + \frac{d}{dx}[5]$$

$$\frac{dy}{dx} = 3 \frac{d}{dx}[x^2] - 4 \frac{d}{dx}[x] + \frac{d}{dx}[5]$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4 + 0 = 3x^2 - 4$$

2. $g(x) = -\frac{x^4}{2} + 3x^3 - 2x$

$$g'(x) = \frac{-4x^3}{2} + 9x^2 - 2$$

$$g'(x) = -2x^3 + 9x^2 - 2$$

3. $f(t) = -2t^2 + 3t - 6$

$$f'(t) = -4t + 3$$

4. $y = x^3 + 2x^2 - 4x + 5$

$$y' = 3x^2 + 4x - 4$$