

Derivación de Fórmulas de Funciones Algebraicas: Derivadas de un Producto

El producto de dos funciones derivables f y g es derivable en sí. Además, su derivada es igual a la primera función por la derivada de la segunda más la derivada de la primera por la derivada de la segunda.

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f(x)g'(x) + g(x)f'(x)$$

Ejemplos:

1. $h(x) = (3x - 2x^2)(5 + 4x)$

Planteamiento de la derivada

$$(3x - 2x^2)\frac{d}{dx}[5 + 4x] + (5 + 4x)\frac{d}{dx}[3x - 2x^2]$$

Multiplicamos los factores

$$= (3x - 2x^2)[4] + (5 + 4x)[3 - 4x]$$

Reducción de términos

$$= (12x - 8x^2) + (15 + 12x - 20x - 16x^2)$$

$$-24x^2 + 4x + 15$$

2. $g(x) = (x^2 + 1)(x^2 - 2x)$

Planteamiento de la derivada

$$g'(x) = (x^2 + 1)\frac{d}{dx}[x^2 - 2x] + (x^2 - 2x)\frac{d}{dx}[x^2 + 1]$$

Multiplicamos los factores

$$= (x^2 + 1)(2x - 2) + (x^2 - 2x)(2x)$$

Reducción de términos semejantes

$$= 2x^3 + 2x - 2x^2 - 2 + 2x^3 - 4x^2$$

$$4x^3 - 6x^2 + 2x - 2$$

Derivación de Fórmulas de Funciones Algebraicas: Derivadas de un Producto

3. $y = x\sqrt{x+1}$

$$\frac{dy}{dx} = x \frac{d}{dx} (x+1)^{1/2} + \sqrt{x+1} \frac{d}{dx} (x)$$


$$= x \left(\frac{1}{2} (x+1)^{-\frac{1}{2}} \right) + \sqrt{x+1} (1)$$

$$\frac{x}{2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+1} = \frac{x + 2\sqrt{x+1}(\sqrt{x+1})}{2\sqrt{x+1}} = \frac{x + 2(x+1)}{2\sqrt{x+1}} = \frac{x + 2x + 2}{2\sqrt{x+1}}$$

$$y' = \frac{3x + 2}{2\sqrt{x+1}}$$

4. $\left(4x^2 - \frac{1}{2}x\right)(9x + 8)$

$$\frac{dy}{dx} = \left(4x^2 - \frac{1}{2}x\right) \frac{d}{dx} (9x + 8) + (9x + 8) \frac{d}{dx} \left(4x^2 - \frac{1}{2}x\right)$$


$$= \left(4x^2 - \frac{1}{2}x\right) (9) + (9x + 8) \left(8x - \frac{1}{2}\right)$$

$$= 36x^2 - \frac{9}{2}x + 72x^2 - \frac{9}{2}x + 64x - 4 = 108x^2 + 55x - 4$$