Reglas de la cadena, Funciones Trigonométricas y la Regla de la cadena

REGLA DE LA CADENA

Se aplica a funciones compuestas en donde, es decir, si $y = f(u)$ es una función derivable de u, y además $u = g(x)$ es una función derivable de x, entonces $y = f(g(x))$ es una función derivable de x:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

O su equivalente

$$\frac{d}{dx} = [f(g(x))] = f'(g(x))g'(x)$$

Es importante considerar que una función compuesta esta constituida por dos partes: una interior y otra exterior, por lo tanto la regla general de las potencias es:

Sí $y = n\,[u(x)]^{n-1}$

$$\frac{dy}{dx} = n\,[u(x)]^{n-1}\frac{du}{dx}$$

O su equivalente:

$$\frac{d}{dx}[u]^n = nu^{n-1}\,u'$$

Ejemplos:

1. $y = (x^2 + 1)^3$

$$y' = 3(x^2+1)^{3-1}\frac{du}{dx}(x^2+1)$$

$$= \mathbf{3}(x^2+1)^{\mathbf{2}}(\,2x)$$

$$6x(x^2+1)^2$$

2. $\boldsymbol{f(x) = (3x - 2x^2)^3}$

$$f'(x) = 3(3x - 2x^2)^{3-1}\frac{dy}{dx}(3x - 2x^2)$$

$$= 3(3x - 2x^2)^2(3 - 4x)$$

$$= (9 - 12x)(3x - 2x^2)^2$$

3. $\boldsymbol{f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}}$

$$f(x) = (x^2 - 1)^{2/3}$$

$$f'(x) = \frac{2}{3}(x^2 - 1)^{2/3-1}\frac{dy}{dx}(x^2 - 1)$$

$$= \frac{2}{3}(x^2 - 1)^{-1/3}(2x)$$

$$\frac{4x}{3}(x^2 - 1)^{-1/3} = \frac{4x}{3\sqrt[3]{x^2 - 1}}$$

4. $\boldsymbol{g(t) = \frac{-7}{(2t-3)^2}}$

$$g(t) = -7(2t - 3)^{-2}$$

$$g'(t) = -7\frac{d}{dx}(2t - 3)^{-2} + (2t - 3)^{-2}\frac{d}{dx}(-7)$$

$$= (-7)(-2)(2t - 3)^{-2-1}\frac{d}{dx}(2) + 0$$

$$= 28(2t - 3)^{-3} = \frac{28}{(2t - 3)^3}$$

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS Y LA REGLA DE LA CADENA

$\frac{d}{dx}[sen\ u] = (cos\ u)\ u'$	$\frac{d}{dx}[sec\ u] = (sec\ u\ tan\ u)\ u'$
$\frac{d}{dx}[cos\ u] = (-sen\ u)\ u'$	$\frac{d}{dx}[cot\ u] = (-csc^2\ u)\ u'$
$\frac{d}{dx}[tan\ u] = (sec^2\ u)\ u'$	$\frac{d}{dx}[csc\ u] = -(csc\ u\ cot\ u)\ u'$

Ejemplos:

1. $y = sen\ 2x$

$$y' = cos\ 2x\ \frac{d}{dx}\ (2x)$$

$$y' = cos2x\ (2) = 2\cos 2x$$

2. $y = cos\ (x-1)$

$$y' = \ -sen\ (x-1)\frac{d}{dx}(\ x-1)$$

$$y' = \ -sen\ (x-1)(1) = \ -sen(x-1)$$

3. $y = tan\ 3x$

$$y' = \ sec^2 3x\ \frac{d}{dx}(3x)$$

$$y' = 3sec^2\ 3x$$

4. $\boldsymbol{y = cos\ 3x^2}$

$$y' = \ -sen3x^2\ (\ 6x)$$

$$y' = -6xsen3x^2$$

5. $\boldsymbol{y = \ cos^2\ x}$

$$y' = 2\ (\cos x)(-senx)$$

$$y' = \ -2cosx\ sen\ x$$

6. $\boldsymbol{f(t) = sen^3\ 4t}$

$$f(t) = \ (sen\ 4t)^3$$

$$f'(t) = 3(sen\ 4t)^{3-1}\ \frac{d}{dt}\ (sen\ 4t)$$

$$= 3(sen\ 4t)^2\ \ (cos\ 4t)\frac{d}{dt}(4t)$$

$$= 3(sen\ 4t)^2\ \ (cos\ 4t)(4)$$

$$= 12sen^2 4t\ (cos\ 4t)$$