

# Derivadas Implícitas

La mayoría de las funciones realizadas con anterioridad eran funciones en forma explícita, es decir, la variable está escrita explícitamente como función de  $x$ , por ejemplo:  $y = 3x^2 - 5$ .

Sin embargo, algunas funciones solo se enuncian de manera implícita en una ecuación, por ejemplo,  $y = 1/x$  viene definida implícitamente por la ecuación  $xy = 1$ , si se requiere derivarla es necesario describir como función explícita de  $x$  y luego derivar.

FORMA IMPLÍCITA	FORMA EXPLÍCITA	DERIVADA
$xy = 1$	$y = \frac{1}{x} = x^{-1}$	$\frac{dy}{dx} = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

Lo anterior funciona siempre que se pueda despejar "y" como función de "x".

Cuando existan funciones en donde sea imposible despejar a "y" como función de "x" debemos de utilizar la **derivación implícita**, en donde es necesario aplicar la regla de la cadena, pues se está suponiendo que "y" está definida implícitamente como función derivable de "x".

## Reglas de derivación implícita:

**Ejemplo 1:** encontrar  $\frac{dy}{dx}$  dado que  $y^3 + y^2 - 5y - x^2 = -4$

**Paso 1:**

$$\frac{d}{dx}[y^3 + y^2 - 5y - x^2] = \frac{d}{dx}[-4]$$

Derivar ambos lados de la ecuación respecto de "x"

$$\frac{d}{dx}[y^3] + \frac{d}{dx}[y^2] - \frac{d}{dx}[5y] - \frac{d}{dx}[x^2] = \frac{d}{dx}[-4]$$

$$3y^2 \frac{dy}{dx} + 2y \frac{dy}{dx} - 5 \frac{dy}{dx} - 2x = 0$$

Agrupar todos los términos en los que aparezca  $\frac{dy}{dx}$  en el lado izquierdo de la ecuación y pasar todos los demás hacia

# Derivadas Implícitas

**Paso 2**

$$3y^2 \frac{dy}{dx} + 2y \frac{dy}{dx} - 5 \frac{dy}{dx} = -2x$$

**Paso 3**

Factorizar  $\frac{dy}{dx}$  del lado izquierdo de la ecuación.

$$\frac{dy}{dx} (3y^2 + 2y - 5) = -2x$$

**Paso 4**

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{3y^2 + 2y - 5}$$

Despejar  $\frac{dy}{dx}$

**Ejemplo 2: obtener la derivada de:**  $x^4 + x^2y^3 - y^5 = 2x + 1$

**Paso 1**

$$\frac{d}{dx} x^4 + \frac{d}{dx} x^2 y^3 - \frac{d}{dx} y^5 = \frac{d}{dx} 2x + \frac{d}{dx} 1$$

**Paso 2**

$$4x^3 + x^2 * 3y^2 \frac{dy}{dx} + 2xy^3 - 5y^4 = 2$$

# Derivadas Implícitas

$$4x^3 + x^2 * 3x^2y^2 - 5y^4 \frac{dy}{dx} + 2xy^3 - 5y^4 = 2$$

**Paso 3**

$$3x^2y^2 - 5y^4 \frac{dy}{dx} = 2 - 4x^3 - 2xy^3$$

**Paso 4**

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2 - 4x^3 - 2xy^3}{3x^2y^2 - 5y^4}$$