Derivadas de Orden Superior

Al derivar una función posición se obtiene una función vectorial; al derivar esta última se obtiene una función aceleración. La función aceleración es la segunda derivada de la función posición.

$$s(t)\ función\ posición$$

$$v(t) = s'(t)\ \ función\ velocidad$$

$$a(t) = v'(t) = s''(t)\ función\ aceleración$$

La función a(t) es la segunda derivada de s(t) y se denota como s´´(t), la cual es un ejemplo de derivada superior. La tercera derivada es la derivada de la segunda derivada. Las derivadas de orden superior se denotan como:

Primera derivada	$y',\quad f'(x),\quad \frac{dy}{dx},\quad \frac{d}{dx}[f(x)],\ D_x[y]$
Segunda derivada	$y'',\quad f''(x),\quad \frac{d^2y}{dx^2},\quad \frac{d^2}{dx^2}[f(x)],\ D_x^2[y]$
Tercera derivada	$y''',\quad f'''(x),\quad \frac{d^3y}{dx^3},\quad \frac{d^3}{dx^3}[f(x)],\ D_x^3[y]$
Cuarta derivada	$y^{(4)},\quad f^{(4)}(x),\quad \frac{d^4y}{dx^4},\quad \frac{d^4}{dx^4}[f(x)], D_x^4[y]$
n- ésima derivada	$y^{(n)},\quad f^{(n)}(x),\quad \frac{d^ny}{dx^n},\quad \frac{d^n}{dx^n}[f(x)], D_x^n[y]$

Derivadas de Orden Superior

Ejemplos:

1. $\boldsymbol{Encontrar\ \ la\ \frac{d^2y}{dx^2}\ de\ y =\ cos^3\ x}$

$$\frac{dy}{dx} = \ -3\ cos^2\ x\ sen\ x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}(\ -3cos^2\ x\ sen\ x) = -3cos^3x - 6sen^2\ x\ cos\ x$$

2. $\boldsymbol{Encontrar\ la\ \frac{d^3y}{dx^3}\ de\ la\ funci\acute{o}n\ y = ln\ x}$

$$\frac{d}{dx} = \frac{d(lnx)}{dx} = \frac{1}{x} \quad \text{Primera derivada}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\frac{1}{x} = -\ \frac{1}{x^2}\ \text{Segunda derivada}$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{d}{dx}\left(-\ \frac{1}{x^2}\right) = -\ \frac{2}{x^3}\text{Tercera derivada}$$

3. $\boldsymbol{Encontrar\ \frac{d^4y}{dx^4}\ de\ la\ funci\acute{o}n\ f(x) =\ x^3 +\ 2x^2 - x}$

$$f'(x) = \ 3x^2 + \ 4x - 1$$

$$f''(x) = \ 6x + \ 4$$

$$f'''(x) = \ 6$$

$$f''''(x) = \ 0$$

Derivadas de Orden Superior

4. $\boldsymbol{Encontrar\ \frac{d^2y}{dx^2}\ de\ la\ funci\acute{o}n\ y = (x^3+1)^4}$

$$y' = 4(x^3+1)^3[3x^2] = 12x^2(x^3+1)^3$$

Derivamos como cadena

$$y'' = 12x^2[3(x^3+1)^2(3x^2)] + (x^3+1)^3[24x]$$

Derivamos como producto

$$y'' = 108x^4(x^3+1)^2 + 24x(x^3+1)^3$$

Reducimos términos

$$y'' = (x^3+1)^2(132$$