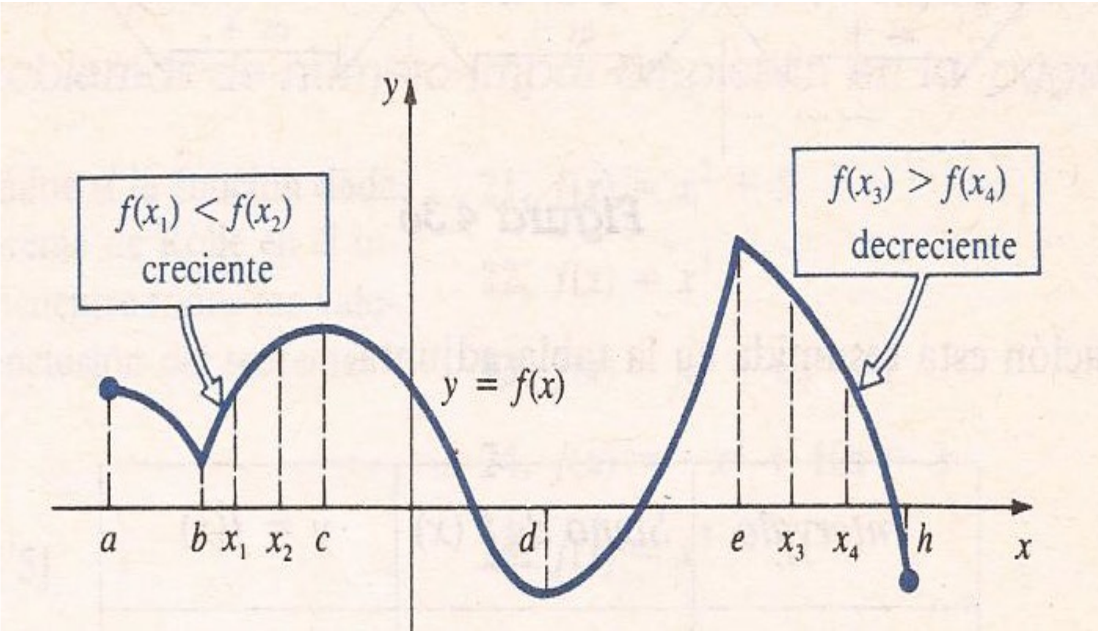
Función Creciente y Decreciente

Con base al teorema del valor medio para relacionar los conceptos de funciones crecientes y decrecientes con la noción de la derivada

Si la función está definida en un intervalo:

- Se dice que la función es creciente en el intervalo si $f(x_1) < f(x_2)$ cuando x_1 y x_2 son números que satisfacen el intervalo $x_1 < x_2$.
- Se dice que la función es decreciente en el intervalo si $f(x_1) > f(x_2)$ cuando x_1 y x_2 son números que satisfacen el intervalo $x_1 < x_2$.



Es decir, la gráfica de una función creciente se eleva cuando "x" aumenta, mientras que la gráfica de la función decreciente, desciende cuando "x" aumenta.

Si la función es continua en el intervalo $[a, b]$ y diferenciable en (a, b).

A) Si $f'(x) > 0$ para todo x en (a, b), entonces la función es creciente en $[a, b]$

B) Si $f'(x) < 0$ para todo x en (a, b), entonces la función es decreciente en $[a, b]$.

Ejemplo:

1. *Determinar los intervalos en los que* $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x$ *es creciente y los intervalos en los que la función es decreciente.*

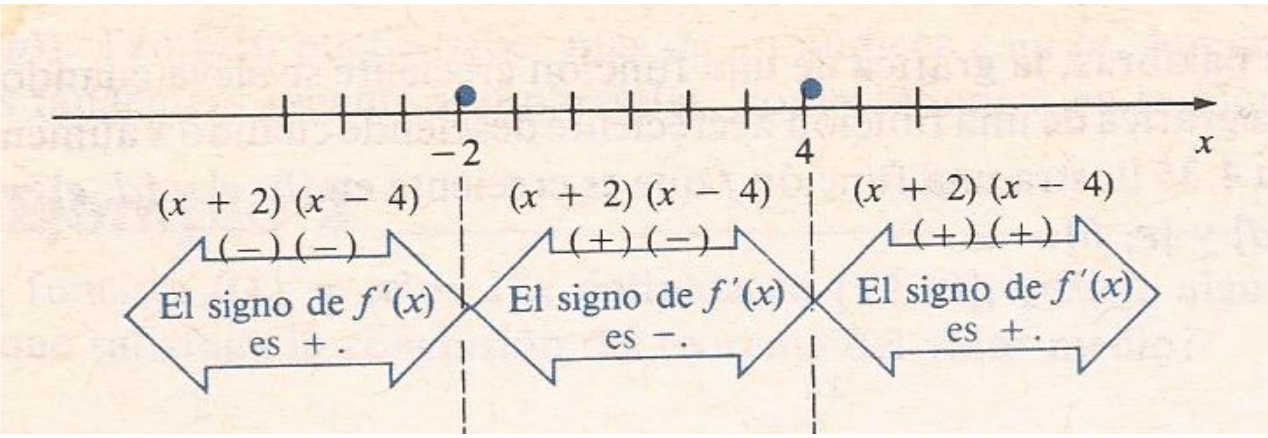
La derivada de la función es:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 24 = 3(x+2)(x-4)$$

Para determinar cuando $f'(x) > 0$ y $f'(x) < 0$, debe resolverse:

$$(x+2)(x-4) > 0 \text{y} (x+2)(x-4) < 0$$

Para resolver las desigualdades debemos observar los signos de los factores algebraicos y determinar los valores críticos que son: -2 y 4: $(-\infty, -2]$. $[-2,4)$, $[4, \infty)$; observemos la siguiente figura:



2.- *Determinar los intervalos en los que $f(x) = x^{2/3}$ es creciente y los intervalos en que la función es decreciente.*

La derivada $f'(x) = \frac{2}{3}x^{-1/3} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$ no está definida en el cero. Puesto que el cero está en e l dominio de la función, se concluye que es un valor crítico. Utilizando los hechos de que $\sqrt[3]{x} < 0$ para $x < 0$ y $\sqrt[3]{x} > 0$ para $x > 0$, se llega a la información dada:

INTERVALO	SIGNO DE f´(x)	y = f(x)
(- ∞, 0]	-	decreciente
[0,∞)	+	creciente

Si una función es discontinua en uno o en ambos extremos de $[a, b]$, entonces $f'(x) > 0$ ó $f'(x) < 0$ en (a, b) implica que la función es creciente (decreciente) en el intervalo abierto (a, b).