FACTORIZACIÓN

Un número se puede descomponer en "**Factores**", los que, al **multiplicarse** entre ellos, nos dan como resultado el número original.

Por ejemplo:

- ⇨ 2, 2 y 3 son factores del 12, porque $2 \times 2 \times 3 = 12$
- ⇨ 2, 3 y 5 son factores de 30, porque $2 \times 3 \times 5 = 30$

En álgebra también se les conoce como factores a todos aquellos términos que se presentan a manera de multiplicación.

Por ejemplo:

- ⇨ $a\,(a + b) = a^2 + ab$
- ⇨ $(x - y)\,(y^2) = xy^2 - y^3$

Factor común: es aquel término que está presente en todas las expresiones y que, al acomodarse de cierta manera, nos da como resultado una expresión más pequeña o compacta. Por ejemplo, los factores del número 12 son 2, 2, 3 y nos damos cuenta de que el número 2 es común en la expresión $2 \times 2 \times 3$. Al acomodarla de manera más resumida, podemos decir $2^2 \times 3 = 12$ o bien $4 \times 3 = 12$.

Ejemplos:

Factorizar: $x^2 + 2x$,

Solución:

- ⇨ Si descomponemos x^2, tendremos que es $(x)\,(x) = x^2$.
- ⇨ Nuestra ecuación original ahora será $(x)\,(x) + 2x$.
- ⇨ Inmediatamente nos damos cuenta de que la "x" es común a los dos términos (separados por el signo de +) en la ecuación.
- ⇨ Por lo que podemos tomar una "x" de cada término y multiplicarla por estos dos términos, de tal manera que tendremos la misma ecuación, pero expresada de otra manera, es decir $x\,(x+2)$.
- ⇨ Si realizamos la multiplicación obtendremos nuevamente la ecuación original $x^2 + 2x$.

FACTORIZACIÓN

Diferencia de cuadrados

Este tipo de binomio se da, cuando los dos términos tienen raíz cuadrada exacta y hay un signo de menos (-) entre ellos, por ejemplo:

$$X^2 - 4$$

Cuando tenemos una expresión de esta forma, podemos pasar a la factorización realizando los siguientes pasos:

1. Obtener la raíz cuadrada de cada término.
2. Con las raíces obtenidas, presentar los factores del binomio, uno a manera de suma (+) y el otro como resta (-).
3. Para comprobar la factorización, solo multiplicamos los factores del binomio y debemos obtener nuevamente la ecuación original.

Ejemplo:

Factorizar: $b^2 - 1$

Solución: aunque pareciera que no es diferencia de cuadrados, recordemos que un cuadrado es el resultado de multiplicar un número por sí mismo, y

$$1 \times 1 = 1$$

a) Obtener raíces de los términos, para este problema son, b y 1.
b) Componer el binomio con las raíces.

$$(b+1)(b-1)$$

c) Comprobar multiplicando el binomio.

$$(b+1)(b-1) = b^2 + b - b - 1 = b^2 - 1$$

Trinomio Cuadrado Perfecto

Una expresión de este tipo tiene las siguientes características:

- ⇨ El primer y tercer término son positivos.
- ⇨ Ambos términos tienen raíz cuadrada exacta y,
- ⇨ El segundo término, es el doble del producto de las raíces, sin importar el signo.

Una vez verificadas estas propiedades, podemos construir el binomio al cuadrado, que lo representa de forma factorizada. Para ello, realicemos los pasos descritos a continuación.

1. Obtener la raíz cuadrada del **primer y tercer** término.
2. Construir el binomio utilizando el signo del **segundo** término.
3. Elevar el binomio al cuadrado.

Ejemplo:
Factorizar: $16x^2 - 24x + 9$

Solución:

1. Obtener Raíces $\sqrt{16x^2} = 4x \quad y \quad \sqrt{9} = 3$
2. Construir el binomio usando el signo del segundo término.

$$(4x - 3)$$

3. Elevar el binomio al cuadrado.

$$(4x - 3)^2$$

4. Desarrollamos el binomio y se debe obtener la ecuación original;

$$(4x - 3)^2 = 4x^2 - 12x - 12x + 9 = 4x^2 - 24x + 9$$

Productos Notables

La palabra producto se utiliza en el lenguaje matemático para definir el resultado de una multiplicación. Cuando realizamos multiplicaciones con términos algebraicos, en ocasiones nos daremos cuenta de que hay ciertos rasgos o características que se notan y que siempre se presentan al realizar estas operaciones; si aplicamos esos rasgos, podremos realizar de manera más rápida las multiplicaciones. A estos productos los llamamos productos notables y hay varios de ellos.

Binomios Conjugados

Son aquellas expresiones que presentan las mismas variables, donde la única diferencia es la operación que se realiza entre ellas, por ejemplo:

El binomio **a+b** tendrá como conjugado al binomio **a-b**, y viceversa. Al multiplicar estos binomios conjugados, obtendremos una **diferencia de cuadrados,** la cual ya vimos con anterioridad.

Ejemplos:

a)

$(a+b)(a-b) = a^2 \underline{-ab +ab} -b^2;$

Simplificando la ecuación, nos damos cuenta de que los términos centrales (-ab +ab) se eliminan, quedando solo los términos de los extremos, teniendo como resultado:

$a^2 -ab +ab - b^2 = a^2-b^2$

b)

$(9x - 5)(9x +5) = 81x^2 \underline{+ 45x -45x} +25 = 81x^2 + 25$

c)

$(7x^2+ 3y^3)(7x^2 - 3y^3) = 49x^4 \underline{- 21x^2y^3 +21x^3y^3} -9y^6 = 49x^4 -9y^6$

En los tres ejemplos anteriores, podemos **notar** que los términos de en medio (<u>subrayados</u>) siempre se eliminan y quedan el cuadrado del primero más/menos (**<u>siempre se queda el signo del segundo factor</u>**) el cuadrado del segundo.

Binomio al cuadrado

A este tipo de expresiones, su nombre las define por sí solo; es decir, son dos términos que están elevados al cuadrado. Al desarrollar este cuadrado, el resultado será un **Trinomio Cuadrado Perfecto**, el que vimos antes en la sección de factorización.

$(x+y)^2$	Esta expresión se puede descomponer como la multiplicación de 2 factores idénticos.
$(x+y)(x+y)$	Se multiplican como cualquier polinomio.
$x^2 + xy + xy + y^2$	Simplificamos; es decir, sumamos los términos semejantes.
$x^2 + 2xy + y^2$	Esta última expresión será el resultado de la multiplicación.

Ejemplos:

a) $(a-b)^2 = a^2 \underline{-ab - ab} + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

b) $(x^2 + 4) = x^4 + \underline{4x^2 + 4x^2} + 16 = x^4 + 8x^2 + 16$

c) $(2c - 3r) = 4c^2 \underline{-6cr - 6cr} + 9r^2 = 4c^2 - 6cr + 9r^2$

Nuevamente, notamos un patrón común en los ejemplos y ese es que los términos medios son iguales, por lo que se pueden sumar, y también podemos definir la regla para desarrollar los binomios al cuadrado.

1. El cuadrado del primer término.
2. Más/menos (según sea el signo suma/resta) el doble producto del primer término por el segundo.
3. Más el cuadrado del segundo término.