

# Historia de los Números

Todo nace con la necesidad de contar del ser humano. Este no es un fenómeno simple, constatándose la existencia de tribus primitivas que solo distinguían entre 1, 2 y muchos.

El conteo se debió iniciar mediante el uso de objetos físicos (tales como montones de piedras) y de marcas en piedra. El paso hacia los símbolos numerales, al igual que la escritura, se ha asociado a la aparición de sociedades complejas con instituciones centralizadas constituyendo artificios burocráticos de contabilidad en registros impositivos y de propiedades.

Su origen estaría en primitivos símbolos con diferentes formas para el recuento de bienes, como los que se han encontrado en Mesopotamia inscritos en tablillas de arcilla (constatadas al menos desde el 8,000 a. C.). Los símbolos numerales más antiguos encontrados se sitúan en las civilizaciones mesopotámicas usándose como sistema de numeración para la contabilidad, el comercio y la astronomía (ayudando a registrar los movimientos planetarios).

## LOS NÚMEROS ARÁBIGOS



Los números arábigos, tal y como los usamos ahora, son 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y el importantísimo 0. Se trata de un sistema de tipo **decimal** cuyas cifras ocupan un lugar con un determinado valor, siendo el del

# Historia de los Números

símbolo cero el lugar destinado al vacío. Tanta es nuestra confianza en estos números, internacionalmente aceptados, que ni siquiera somos conscientes del grado hasta el cual dependemos de ellos.

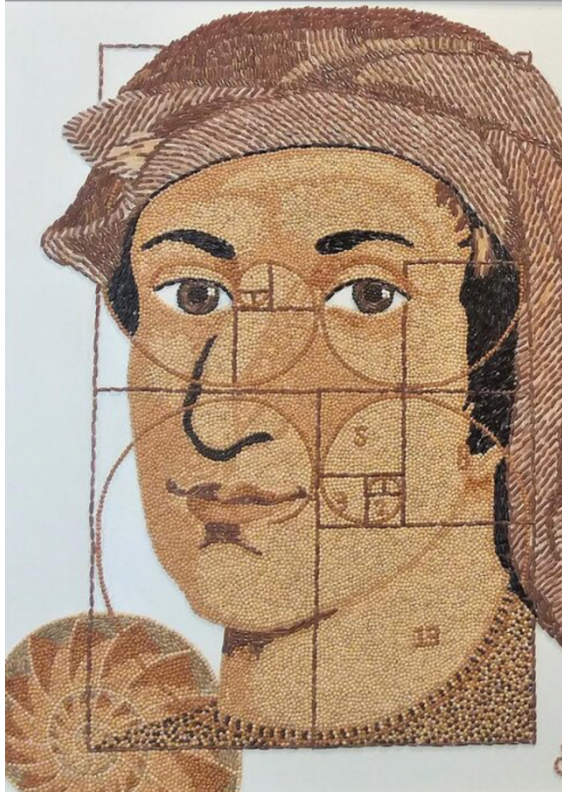
Todos conocemos la gran simplicidad que los números arábigos han traído al cálculo aritmético. La carga innecesaria de la que han liberado a la mente humana es incalculable. Frente a cualquier otro sistema de numeración inventado por el hombre, permiten una mayor facilidad de manejo (debido a la presencia del cero).

Sin embargo, le llevó al hombre cerca de cinco mil años, a partir del comienzo de los símbolos numéricos, concebir un símbolo que representase la nada. No se conoce quién fue su inventor, sin duda uno de los pensadores más creativos y originales de la historia. Solo sabemos que fue un hindú que vivió antes del siglo IX d.C.

Los hindúes denominaron a este símbolo “sunya”, que quiere decir nada o vacío y que fue adoptado por los árabes bajo la denominación de “sifr”, que en su idioma significaba lo mismo. Con el tiempo esta palabra se convertiría en “cefer”, más fácil de pronunciar. Finalmente dio origen en inglés a "cipher" y "zero" (esta última por intermedio de zefirum), así como a los vocablos castellanos cero y cifra.

Fue el matemático italiano Leonardo Fibonacci, el más completo de la Edad Media, quien aprendió el “nuevo” sistema de numeración adoptado y mejorado por los árabes. Hacia el año 1200, cuando Fibonacci era joven, Pisa (su ciudad natal) tenía un gran ambiente comercial y estaba entregada al comercio con el Norte de África. Leonardo tuvo así la oportunidad de visitar esa región y de gozar de los beneficios de la educación árabe. En 1202 publicó su tratado *Liber Abaci*, en el que se empleaba ese sistema y el símbolo “nada”, enseñando su uso en aritmética e introduciendo definitivamente estos números.

# Historia de los Números



**Leonardo Fibonacci**

Por aquel entonces Europa empezaba tímidamente a salir de las tinieblas de la Edad Media. La prosperidad aumentaba y con ella el deseo de saber. En Italia había numerosos comerciantes que necesitaban realizar continuos cálculos para mantener sus negocios y, en cuanto comprobaron las ventajas de los números “arábigos” (denominados así, pese a su procedencia hindú, porque los europeos los aprendieron del pueblo musulmán) y la importancia del cero, adoptaron el nuevo sistema, aunque con cierta lentitud. Apenas si costó un par de siglos convencerlos para que aceptaran el cambio.

# Historia de los Números

## SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Cuando los hombres empezaron a contar usaron los dedos, marcas en bastones, nudos en una cuerda y algunas otras formas para ir pasando de un número al siguiente. A medida que la cantidad crece se hace necesario un sistema de representación más práctico.

En diferentes partes del mundo y en distintas épocas se llegó a la misma solución: cuando se alcanza un determinado número se hace una marca distinta que los representa a todos ellos. Este número es la **base**. Se siguen añadiendo unidades hasta que se vuelve a alcanzar por segunda vez el número anterior y se añade otra marca de la segunda clase. Cuando se alcanza un número determinado (que puede ser diferente del anterior constituyendo la base auxiliar) de estas unidades de segundo orden, las decenas en caso de base 10, se añade una de tercer orden y así sucesivamente.

La base que más se ha utilizado a lo largo de la Historia es **10** por ser ese el número de dedos con los que contamos. Hay alguna excepción notable, por ejemplo, la numeración **Babilónica** usaba 10 y 60 como bases y la numeración **Maya** que usaba 20 y 5, aunque con alguna irregularidad.

Desde hace 5,000 años la gran mayoría de las civilizaciones han contado en unidades, decenas, centenas, millares, etcétera, de la misma forma que seguimos haciéndolo hoy. Sin embargo, la forma de escribir los números ha sido muy diversa y muchos pueblos han visto impedido su avance científico por no disponer de un sistema eficaz que permitiese el cálculo.

Casi todos los sistemas utilizados representan con exactitud los números enteros, aunque en algunos pueden confundirse unos números con otros, pero muchos de ellos no son capaces de representar grandes cantidades y otros requieren tal cantidad de símbolos que los hace poco prácticos, pero sobre todo no permiten efectuar operaciones tan sencillas como la multiplicación, requiriendo procedimientos muy complicados que solo estaban al alcance de unos pocos iniciados.

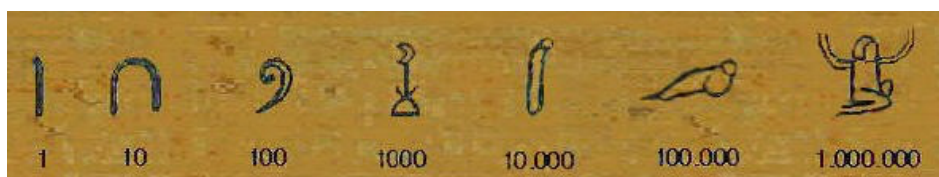
# Historia de los Números

De hecho, cuando se empezó a utilizar en Europa el sistema de numeración actual los abaquistas, los profesionales del cálculo, se opusieron con las más peregrinas razones, entre ellas la de que siendo el cálculo algo complicado en sí mismo, tendría que ser un método diabólico aquel que permitiese efectuar las operaciones de forma tan sencilla.

El sistema actual fue inventado por los indios y transmitido a Europa por los árabes. Del origen indio del sistema hay pruebas documentales más que suficientes, entre ellas la opinión de Leonardo de Pisa (Fibonacci) que fue uno de los introductores del nuevo sistema en la Europa de 1200. El gran mérito fue la introducción del concepto y símbolo del cero, lo que permite un sistema en el que solo diez símbolos puedan representar cualquier número por grande que sea y simplificar la forma de efectuar las operaciones.

## EL SISTEMA DE NUMERACIÓN EGIPCIO

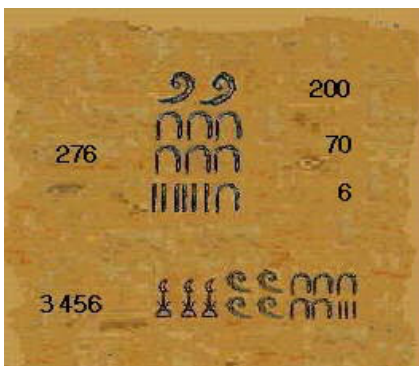
Desde el tercer milenio A.C. los egipcios usaron un sistema para describir los números en base diez utilizando los jeroglíficos de la figura para representar los distintos órdenes de unidades.



Se usaban tantos de cada uno como fuera necesario y se podían escribir indistintamente de izquierda a derecha, al revés o de arriba abajo, cambiando la orientación de las figuras según el caso.

# Historia de los Números

Al ser indiferente el orden, se escribían a veces según criterios estéticos y solían ir acompañados de los jeroglíficos correspondientes al tipo de objeto (animales, prisioneros, vasijas etcétera) cuyo número indicaban. En la siguiente figura aparece el 276 tal y como figura en una estela de Karnak.



Estos signos fueron utilizados hasta la incorporación de Egipto al imperio romano, pero su uso quedó reservado a las inscripciones monumentales. En el uso diario fue sustituido por la escritura hierática y demótica, formas más simples que permitían mayor rapidez y comodidad a los escribas.

En estos sistemas de escritura los grupos de signos adquirieron una forma propia, y así se introdujeron símbolos particulares para 20, 30, 90, 200, 300, 900, 2000, 3000, etcétera, con lo que disminuye el número de signos necesarios para escribir una cifra.



# Historia de los Números

## EL SISTEMA DE NUMERACIÓN GRIEGO

El primer sistema de numeración griego se desarrolló hacia el 600 a.C. Era un sistema de base decimal que usaba los símbolos de la figura siguiente para representar esas cantidades. Se utilizaban tantas de ellas como fuera necesario según el principio de las numeraciones aditivas.

|                                      |   |    |    |     |     |      |      |       |
|--------------------------------------|---|----|----|-----|-----|------|------|-------|
| I                                    | Π | Δ  | ⏊  | Η   | Ϟ   | Χ    | Ϡ    | Μ     |
| 1                                    | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | 1000 | 5000 | 10000 |
| XXXX Ϟ HH ΔΔΔ ΠΠ                     |   |    |    |     |     |      |      |       |
| 3000 + 500 + 200 + 30 + 5 + 2 = 3737 |   |    |    |     |     |      |      |       |

Para representar la unidad y los números hasta el 4 se usaban trazos verticales; para el 5, 10 y 100 las letras correspondientes a la inicial de la palabra cinco (pente), diez (deka) y mil (khiloi). Por este motivo se llama a este sistema acrofónico.

Los símbolos de 50, 500 y 5000 se obtienen añadiendo el signo de 10, 100 y 1000 al de 5, usando un principio multiplicativo. Progresivamente este sistema ático fue reemplazado por el jónico, que empleaba las 24 letras del alfabeto griego junto con algunos otros símbolos según la tabla siguiente:

# Historia de los Números

|   |   |    |   |     |   |
|---|---|----|---|-----|---|
| 1 | α | 10 | ι | 100 | ρ |
| 2 | β | 20 | κ | 200 | σ |
| 3 | γ | 30 | λ | 300 | τ |
| 4 | δ | 40 | μ | 400 | υ |
| 5 | ε | 50 | ν | 500 | φ |
| 6 | ς | 60 | ξ | 600 | χ |
| 7 | ζ | 70 | ο | 700 | ψ |
| 8 | η | 80 | π | 800 | ω |
| 9 | θ | 90 | ϛ | 900 | Ϟ |

De esta forma los números parecen palabras, ya que están compuestos por letras, y a su vez las palabras tienen un valor numérico: basta sumar las cifras que corresponden a las letras que las componen. Esta circunstancia hizo aparecer una nueva suerte de disciplina mágica que estudiaba la relación entre los números y las palabras. En algunas sociedades como la judía y la árabe, que utilizaban un sistema similar, el estudio de esta relación ha tenido una gran importancia y ha constituido una disciplina aparte: la **kábala**, que persigue fines místicos y adivinatorios.

## SISTEMAS DE NUMERACIÓN HÍBRIDOS

En estos sistemas se combina el principio **aditivo** con el **multiplicativo**. Si para representar 500 los sistemas aditivos recurren a cinco representaciones de cien, los híbridos utilizan la combinación del cinco y el cien, pero siguen acumulando estas combinaciones de signos para los números más complejos. Por lo tanto, sigue siendo innecesario un símbolo para el 0. Para representar el 703 se usa la combinación del 7 y el 100 seguida del 3.



# Historia de los Números

El orden en la escritura de las cifras es ahora fundamental para evitar confusiones. Se dan así los pasos para llegar al **sistema posicional**, ya que si los signos del 10, 100, 100, etcétera se repite siempre en los mismos lugares, pronto alguien piensa en suprimirlos, dándolos por supuestos, y se escriben solo las cifras correspondientes a las decenas, centenas, unidades de millar, etcétera. Pero para ello es necesario un cero, algo que indique que algún orden de magnitud está vacío y que de esta manera no se confundan el 307 con el 370 o el 3070. Además del chino clásico, han sido sistemas de este tipo el asirio, arameo, etíope y algunos del subcontinente indio, como el tamil, el malayalam y el cingalés.

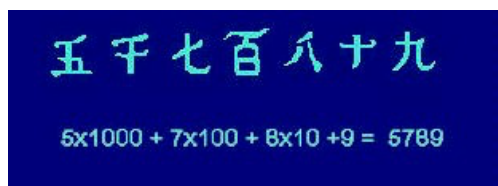
## SISTEMA DE NUMERACIÓN CHINO

La forma clásica de escritura de los números en China se empezó a usar desde el 1500 a.C. aproximadamente. Es un sistema decimal estricto que usa las unidades y las distintas potencias de 10. Utiliza los ideogramas de la siguiente figura y usa la combinación de los números hasta el diez con la decena, centena, millar y decena de millar para, según el principio multiplicativo, representar 50, 700 o 3000. El orden de escritura se hace fundamental, ya que 5-10-7 igual podría representar 57 que 75.

|   |   |   |   |    |   |        |   |
|---|---|---|---|----|---|--------|---|
| 1 | 一 | 5 | 五 | 8  | 八 | 100    | 百 |
| 2 | 二 | 6 | 六 | 9  | 九 | 1 000  | 千 |
| 3 | 三 | 7 | 七 | 10 | 十 | 10 000 | 萬 |
| 4 | 四 |   |   |    |   |        |   |

# Historia de los Números

Tradicionalmente se ha escrito de arriba abajo, aunque también se hace de izquierda a derecha como en el ejemplo siguiente:



No es necesario un símbolo para el cero siempre y cuando se pongan todos los ideogramas, pero, aun así, a veces se suprimían los correspondientes a las potencias de 10.

Aparte de esta forma que podríamos llamar **canónica** se usaron otras. Para los documentos importantes se usaba una grafía más complicada con objeto de evitar falsificaciones y errores. En los sellos se escribía de forma más estilizada y lineal y aún se usaban hasta dos grafías diferentes en usos domésticos y comerciales, aparte de las variantes regionales. Los eruditos chinos desarrollaron un sistema posicional muy parecido al actual que desde que incorporó el cero por influencia india en el siglo VIII en nada se diferencia de este.

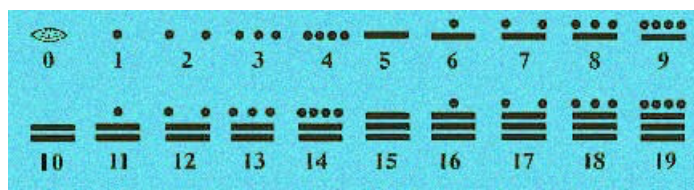
## SISTEMAS DE NUMERACIÓN POSICIONALES

Mucho más efectivos que los sistemas anteriores son los **sistemas posicionales**. En ellos la posición de una cifra nos dice si son decenas, centenas o en general la potencia de la base correspondiente. Solo tres culturas además de la India lograron desarrollar un sistema de este tipo: babilonios, chinos y mayas, en distintas épocas, llegaron al mismo principio.

# Historia de los Números

La ausencia del cero impidió a los chinos un desarrollo completo. Los sistemas babilónico y maya no eran prácticos para operar porque no disponían de símbolos particulares para los dígitos, usando para representarlos una acumulación del signo de la unidad y la decena. El hecho que sus bases fuesen 60 y 20 respectivamente no hubiese representado en principio ningún obstáculo. Los mayas, por su parte, cometían una irregularidad a partir de las unidades de tercer orden, ya que detrás de las veintenas no usaban  $20 \times 20 = 400$  sino  $20 \times 18 = 360$  para adecuar los números al calendario, una de sus mayores preocupaciones culturales.

Fueron los indios antes del siglo VII los que idearon el sistema tal y como hoy lo conocemos, sin más que un cambio en la forma en la que escribimos los nueve dígitos y el cero. Aunque con frecuencia nos referimos a nuestro sistema de numeración como árabe, las pruebas arqueológicas y documentales demuestran el uso del cero tanto en posiciones intermedias como finales en la India. Los árabes transmitieron esta forma de representar los números y sobre todo el cálculo asociado a ellas, aunque tardaron siglos en ser usadas y aceptadas. Una vez más se produjo una gran resistencia a algo por el mero hecho de ser nuevo o ajeno, aunque sus ventajas eran evidentes. Sin esta forma eficaz de numerar y efectuar cálculos difícilmente la ciencia hubiese podido avanzar.



Sistema posicional base 20.

# Historia de los Números

## SISTEMA DE NUMERACIÓN BABILÓNICO

Entre las muchas civilizaciones que florecieron en la antigua Mesopotamia se desarrollaron distintos sistemas de numeración. Uno de ellos fue un sistema de base 10, aditivo hasta el 60 y posicional para números superiores.

En el sistema decimal babilónico, las reglas para representar una cantidad son las siguientes:

- a) La cuña con valor 1 se podía repetir hasta un total de nueve veces.
- b) Cuando se repiten símbolos se suman sus valores. A la izquierda se escriben los símbolos mayores.

Para la unidad se usaba la marca vertical que se hacía con el punzón en forma de cuña.



En esta imagen los símbolos representan el número 25. Cada figura de la izquierda representa al 10 y las figuras de la derecha son unidades.

# Historia de los Números

## SISTEMA DE NUMERACIÓN MAYA

Los mayas idearon un sistema de base 20 con el 5 como base auxiliar. La unidad se representaba por un punto. Dos, tres, y cuatro puntos servían para 2, 3 y 4. El 5 era una raya horizontal, a la que se añadían los puntos necesarios para representar 6, 7, 8 y 9. Para el 10 se usaban dos rayas, y de la misma forma se continúa hasta el 20, con cuatro rayas.

|                                                                                           |                                                                                           |                                                                                           |                                                                                           |                                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| 0<br>    | 1<br>    | 2<br>    | 3<br>    | 4<br>    |
| 5<br>    | 6<br>    | 7<br>    | 8<br>    | 9<br>    |
| 10<br> | 11<br> | 12<br> | 13<br> | 14<br> |
| 15<br> | 16<br> | 17<br> | 18<br> | 19<br> |

Hasta aquí parece ser un sistema de base 5 aditivo, pero en realidad, considerados cada uno un solo signo, estos símbolos constituyen las cifras de un sistema de base 20, en el que hay que multiplicar el valor de cada cifra por 1, 20, 20x20, 20x20x20... según el lugar que ocupe, y sumar el resultado. Es por tanto un sistema posicional que se escribe de arriba hacia abajo, empezando por el orden de magnitud mayor.

# Historia de los Números

| Numeración comercial                                                              |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                    |                                                                                     |                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 20                                                                                | 21                                                                                | 41                                                                                | 61                                                                                | 122                                                                               | 400                                                                                | 401                                                                                 | 8000                                                                                |
| $21 = 1 \times 20 + 1$                                                            |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                   | $122 = 6 \times 20 + 2$                                                           |                                                                                    |                                                                                     |                                                                                     |
| $41 = 2 \times 20 + 1$                                                            |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                   | $401 = 1 \times 20^2 + 0 \times 20 + 1$                                           |                                                                                    |                                                                                     |                                                                                     |
| $61 = 3 \times 20 + 1$                                                            |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                   | $8000 = 1 \times 20^3 + 0 \times 20^2 + 0 \times 20 + 0$                          |                                                                                    |                                                                                     |                                                                                     |

Al tener cada cifra un valor relativo, según el lugar que ocupa, la presencia de un signo para el cero, con el cual indicar la ausencia de unidades de algún orden, se hace imprescindible, entonces los mayas lo usaron, aunque no parece haberles interesado el concepto de cantidad nula. Como los babilonios, lo usaron simplemente para indicar la ausencia de otro números.

Pero los científicos mayas eran a la vez sacerdotes ocupados en la observación astronómica y para expresar los números correspondientes a las fechas usaron unas unidades de tercer orden, irregulares para la base 20. Así la cifra que ocupaba el tercer lugar desde abajo se multiplicaba por  $20 \times 18 = 360$  para completar una cifra muy próxima a la duración de un año.

| Numeración astronómica                                                              |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                      |                                                                                       |                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 20                                                                                  | 21                                                                                  | 41                                                                                  | 61                                                                                  | 122                                                                                 | 360                                                                                  | 361                                                                                   | 7200                                                                                  |
| $361 = 1 \times (18 \times 20) + 1 = 1 \times 360 + 1$                              |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     | $7200 = 1 \times (18 \times 20^2) + 0 \times (18 \times 20) + 0 \times 20 + 0$      |                                                                                      |                                                                                       |                                                                                       |
|                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     | $7200 = 1 \times 7200 + 0 \times 360 + 0 \times 20 + 0$                             |                                                                                      |                                                                                       |                                                                                       |

El año lo consideraban dividido en 18 *uinal* que constaba cada uno de 20 días. Se añadían algunos festivos (*uayeb*) y de esta forma se conseguía que durara justo lo que una de las unidades de tercer orden



# Historia de los Números

del sistema numérico. Además de este calendario solar, usaron otro de carácter religioso en el que el año se divide en 20 ciclos de 13 días.

Al romperse la unidad del sistema este se hace poco práctico para el cálculo y aunque los conocimientos astronómicos y de otro tipo fueron notables, los mayas no desarrollaron una matemática más allá del calendario.

## CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS

Los números **naturales** son 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9... hasta el infinito. El conjunto de números naturales es algunas veces escrito como **N** como abreviatura.

Los números **enteros** son el conjunto de números reales que consiste en los números naturales, sus inversos aditivos y cero.

Los números **racionales** son aquellos que pueden ser expresados como una relación entre dos enteros. Por ejemplo, las fracciones  $1/3$  y  $-1111/8$  ambas son números racionales. Todos los enteros están incluidos en los números racionales, ya que cualquier entero  $z$  puede ser escrito como la relación  $z/1$ .

Todos los decimales que terminan son números racionales (ya que 8.27 puede ser escrito como  $827/100$ .) Los decimales que tienen un patrón repetitivo después de algún punto también son racionales: por ejemplo  $0.08333333... = 1/12$ .

El conjunto de números racionales es cerrado bajo las 4 operaciones básicas, esto es, dados cualesquiera dos números racionales, su suma, diferencia, producto, y cociente también es un número racional (siempre que no dividamos entre 0.)

# Historia de los Números

Los números **irracionales** son números que no pueden ser escritos como una relación (o fracción). En forma decimal nunca termina o se repite. Los antiguos griegos descubrieron que no todos los números son racionales; hay ecuaciones que no pueden ser resueltas usando relaciones de enteros. Es cualquier número real que no es racional porque su fracción es irreducible.

La primera ecuación a ser estudiada fue  $2 = x^2$ . Qué número por sí mismo es igual a 2? La  $\sqrt{2}$  es alrededor de 1.414, porque  $1.414^2 = 1.999396$ , que está cerca de 2. Pero nunca se hallará elevando al cuadrado una fracción (o decimal terminante). La raíz cuadrada de 2 es un número irracional, que significa que su decimal equivalente continua por siempre, con ningún patrón repetitivo:

$$\sqrt{2} = 1.41421356237309 \dots$$

Otro número irracional es  $\pi$ , a continuación se muestran las primeras cien cifras decimales de este número:

**3,141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406286208998628  
0348253421170679...**