Variable Aleatoria Continua: Definición

Se dice que una ***variable aleatoria X es continua*** si su conjunto de posibles valores es todo un intervalo (finito o infinito) de números reales.

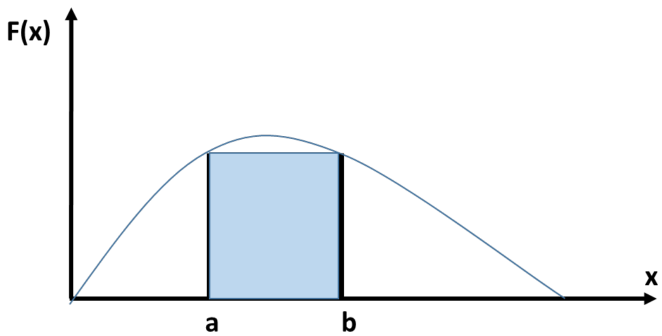
Por ejemplo, una variable aleatoria continua puede ser el tiempo de retraso con el que un alumno o un profesor llegan al aula de clases, o también el peso o la estatura de los estudiantes de la Coordinación de Educación a Distancia.

Función de densidad de una variable aleatoria continua

La función f(x) es una función de densidad de probabilidad para la variable aleatoria continua X, definida sobre el conjunto de los números reales, sí:

1. $f(x) \geq 0 \ \ \forall x \ \in R$
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
3. $P(a \leq X \leq b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X < b) = P(a < X < b = \int_{a}^{b} fx(x)dx$

Esto es, la probabilidad de que X tome un valor en el intervalo **[a, b]** es el área bajo la gráfica de la función de densidad, como lo ilustra la siguiente figura. La gráfica de f (x), se conoce a veces como curva de densidad.



Ejemplo

Un profesor de la UAdeC nunca termina su clase presencial antes del término de la hora, más nunca se pasa de 2 minutos de esta. Sea X: el tiempo que transcurre entre el término de la hora y el término efectivo de la clase. Suponga que la función de densidad de probabilidad de X viene dada por:

$$fx(x) = \begin{cases} kx^2 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \ d.o.m. \end{cases}$$

a) Encuentre el valor de k.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la clase termine a menos de un minuto después del término de la hora?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que la clase continúe entre 60 y 90 segundos después del término de la hora?
d) ¿Cuál es la probabilidad de que la clase continúe por lo menos 90 segundos después del término de la hora?

a) $\int_{-\infty}^{\infty} fx(x)dx = \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_{0}^{2} kx^2dx + \int_{2}^{\infty} 0dx = \frac{k}{3}x^3 \Big|_0^2 = \frac{8}{3}k$

Como $\int_{-\infty}^{\infty} fx(x)dx = 1 \Rightarrow \frac{8}{3}\ k = 1 \Rightarrow k = \frac{3}{8}$

b) $P(X \leq 1) = \int_0^1 \frac{3}{8}x^2dx = \frac{1}{8}x^3 \Big|_0^1 = \frac{1}{8} = 0{,}125$

c) $P(1 \leq X \leq 1{,}5) = \int_1^{1{,}5} \frac{3}{8}x^2dx = \frac{1}{8}x^3 \Bigg|_1^{\frac{3}{2}} = \frac{19}{64} = 0{,}2969$

d) $P(X \geq 1{,}5) = \int_{1{,}5}^{2} \frac{3}{8} x^2 dx = 1 - \int_{0}^{1{,}5} \frac{3}{8} x^2 dx = 1 - \frac{1}{8} x^3 \Big|_{0}^{\frac{3}{2}} = 1 - \frac{27}{64} \approx 0{,}5781$

Referencia:

UNAM. Variables aleatorias continuas y sus distribuciones de probabilidad. Obtenido a partir de: http://www.economia.unam.mx/profesores/blopez/estadistica-continua.pdf