Funciones Cuadráticas y sus Características

Una ecuación o función cuadrática es aquella donde el máximo grado de la variable es dos. Una función de este tipo se expresa en forma general como $f(x) = ax^2 + bx + c$, con a diferente de cero, donde a, b y c son coeficientes conocidos y x es la incógnita o variable a despejar. En la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$, al término ax^2 se le conoce como término cuadrático; al término bx se le denomina término lineal y al término c se le conoce como término independiente o constante.

Para resolver una función cuadrática, se debe tener en cuenta que toda función cuadrática tiene exactamente dos raíces o soluciones. La resolución de una función de segundo grado puede ser por medio de factorización, o bien, empleando la fórmula general $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

En el proceso de factorización, debes considerar que una función cuadrática se puede expresar como producto de dos factores y cada factor, cuando se iguala a cero, permite encontrar las raíces.

Por ejemplo, sea la función $f(x) = 3x^2 - 18x$, la cual tiene de factor común esta expresión: $3x$:

$$3x^2 - 18x = 0$$

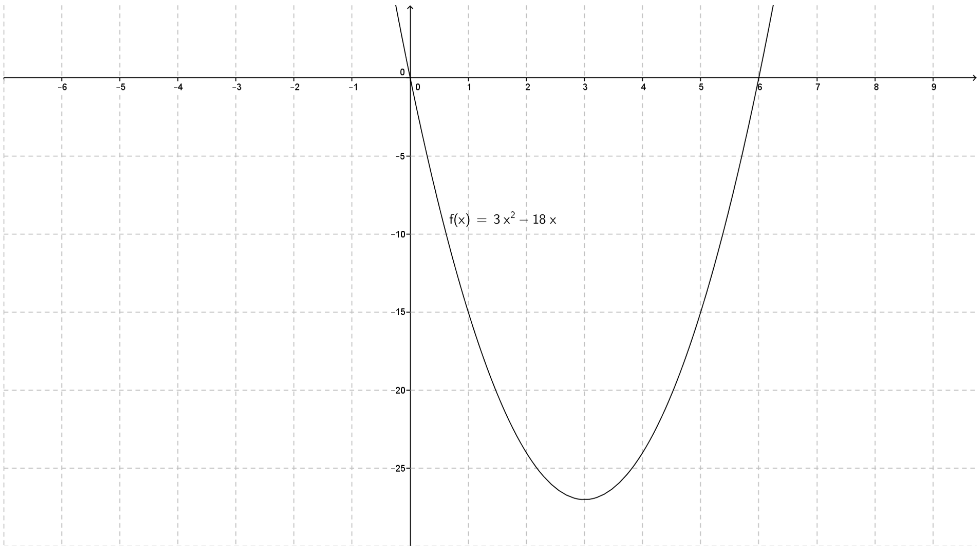
$$3x(x - 6) = 0$$

Se igualan los dos factores a cero para encontrar las raíces de la función

$$3x = 0 \qquad y \qquad (x-6) = 0$$

$$x = 0 \qquad y \qquad x = 6$$

La gráfica de la función $f(x) = 3x^2 - 18x$ es:



De este ejemplo, notamos, que cuando una función cuadrática carece de término independiente, tiene la propiedad de que una de sus raíces o soluciones es cero.

Veamos ahora el caso cuando una función cuadrática se resuelve mediante la fórmula general $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$; consideremos la función $y = x^2 - 2x - 4$; aquí se tiene que el coeficiente $a = 1$, $b = -2$ y $c = -4$.

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + (16)}}{2}$$

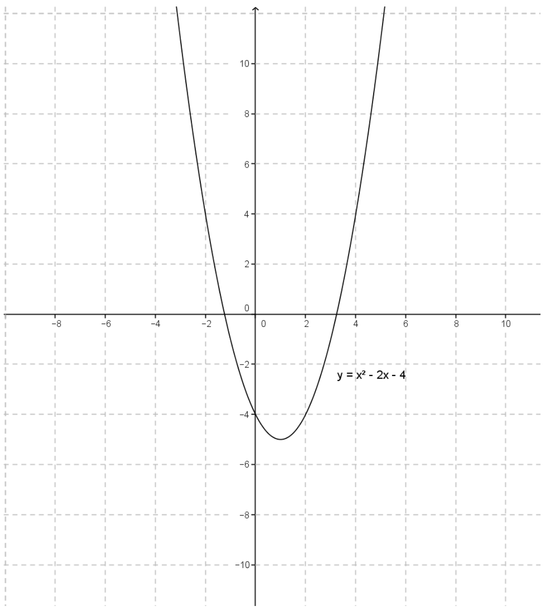
$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{-1 \pm 4.4721}{2}$$

$$x_1 = \frac{2 + 4.4721}{2} = \frac{6.4721}{2} = 3.236$$

$$x_2 = \frac{2 - 4.4721}{2} = \frac{-2.4721}{2} = -1.236$$

Entonces, la factorización del polinomio será de la forma $(x - 3.236)\big(x - (-1.236)\big) = (x - 3.236)(x + 1.236)$.

La gráfica de esta función es:



REFERENCIAS:

(Rivera Rosales, 2013) Funciones cuadráticas, Universidad Autónoma de Coahuila, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas.