Límites y sus Propiedades

Definición Intuitiva de Límite

Si al aproximar x lo suficientemente cerca de un número a (sin ser a) tanto del lado izquierdo como del derecho, $f(x)$ se aproxima a un número L, entonces el límite cuando x tiende al número a es L. Esto lo escribimos

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

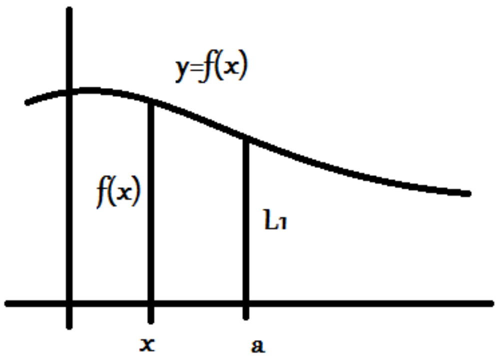
Donde la notación $x \to a$ se lee "x tiende a a" para decir que: "tiende a a por la izquierda" se utiliza $x \to a^-$, para decir que "tiende a a por la derecha" utilizamos $x \to a^+$, de tal forma que:

$$\text{Si } \lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = L \text{ entonces, } \lim_{x \to a} f(x) = L$$

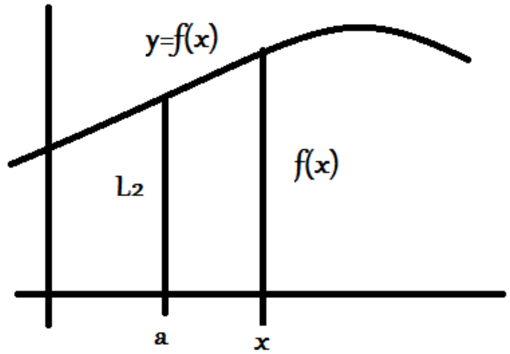
Es decir, si los límites laterales existen y tienden a un mismo número L entonces el límite cuando tiende al número a es L. Para que el límite exista no se necesita que la función esté definida para el número a, basta que esté definida para valores muy cercanos.

Veamos a continuación una representación gráfica de los límites unilaterales:

Límites y sus Propiedades



Limite por la izquierda



Limite por la derecha

Ejemplo:

Considera la siguiente función $f(x) = \begin{Bmatrix} 4+x & \big| x<2 \\ 6 & \big| x=2 \\ x^2+2 & \big| x>2 \end{Bmatrix}$

Encuentra $\lim_{x\to 2^-} f(x)$, $\lim_{x\to 2^+} f(x)$ y $\lim_{x\to 2} f(x)$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} (4+x) = 6$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} x^2+2 = 6$$

$$\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2} f(x) = 6$$

Por lo tanto, la función $f(x)$ tiene límite y es igual a 6.

REFERENCIAS:

Aguilar Márquez, A., Vázquez, I. B., Vlapai, F., Ruiz, I. G., & Aurelio, H. *Matemáticas simplificadas* (No. 510 A3.).