Propiedades de los Límites

A continuación, se te presentan una variedad de teoremas que son de utilidad para calcular límites de funciones.

Teorema 1: $\lim_{x \to a} c = c$

El límite de una constante es la propia constante.

Teorema 2: $\lim_{x \to a} x = a$

El límite de una función x, es sustituir el valor al cual tiende la x.

Generalmente las funciones aparecen expresadas como sumas, restas, multiplicaciones o cocientes de funciones, y la manipulación que se hace para tratar de simplificar la expresión suele ser laboriosa, a continuación se exponen una serie de teoremas de utilidad para este tipo de funciones.

Teorema 3: Sea $\lim_{x \to a} f(x) = L_1$ y sea $\lim_{x \to a} g(x) = L_2$, entonces:

a) $\lim_{x \to a}[f(x) + g(x)] = L_1 + L_2$

b) $\lim_{x \to a}[f(x) \cdot g(x)] = L_1 \cdot L_2$

c) $\lim_{x \to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{L_1}{L_2}$, siempre y cuando $L_2 \neq 0$

d) $\lim_{x \to a}[cf(x)] = cL_1$

e) $\lim_{x \to a}[f(x) - g(x)] = L_1 - L_2$

Teorema 4: Si *a*, *m* y *b* son números reales arbitrarios, se tiene que:

$$\lim_{x \to a}(mx + b) = ma + b$$

El teorema cuatro se explica pues la variable es la x y al sustituir el valor al cual tiende simplemente se evalúa en la función.

Teorema 5: Si n es un entero positivo, entonces:

a) $\lim_{x \to a} x^n = a^n$

b) $\lim_{\mathrm{x} \to \mathrm{a}}[\mathrm{f(x)}]^{\mathrm{n}} = [\lim_{x \to a} f(x)]^n$ toda vez que el $\lim_{x \to a} f(x)$ exista

Teorema 6: Si $f(x)$ es un polinomio y a es un número real cualquiera, entonces:

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

Propiedades de los Límites

Teorema 7: Si g es una función racional y a está en el dominio de g, entonces:

$$\lim_{x\to a} g(x) = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} h(x)} = \frac{f(a)}{h(a)} = g(a)$$

Teorema 8: Si $a > 0$ y n es un entero positivo, o si $a \leq 0$ y n es un entero positivo impar, entonces:

$$\lim_{x\to a} \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{a}$$

Teorema 9: Si una función f tiene un límite cuando x tiende a a, entonces:

$$\lim_{x\to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)}$$

Siempre y cuando *n* sea un entero positivo impar o bien *n* sea un entero positivo y $\lim_{x\to a} f(x) > 0$

Si bien es cierto que para poder hacer una evaluación del límite, muchas veces tendremos que hacer uso de manipulaciones algebraicas para poder simplificar, por ejemplo, en el caso de una función racional. Estas técnicas van desde factorización de términos semejantes hasta productos notables, para así estar en condiciones de hacer una simplificación de la fracción y eliminar, en algunos casos, las situaciones donde la fracción no esté definida.

REFERENCIAS:

Rivera Rosales, Elsa Edith, 24 de marzo de 2014, Teoremas sobre límites, Universidad Autónoma de Coahuila, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas.