

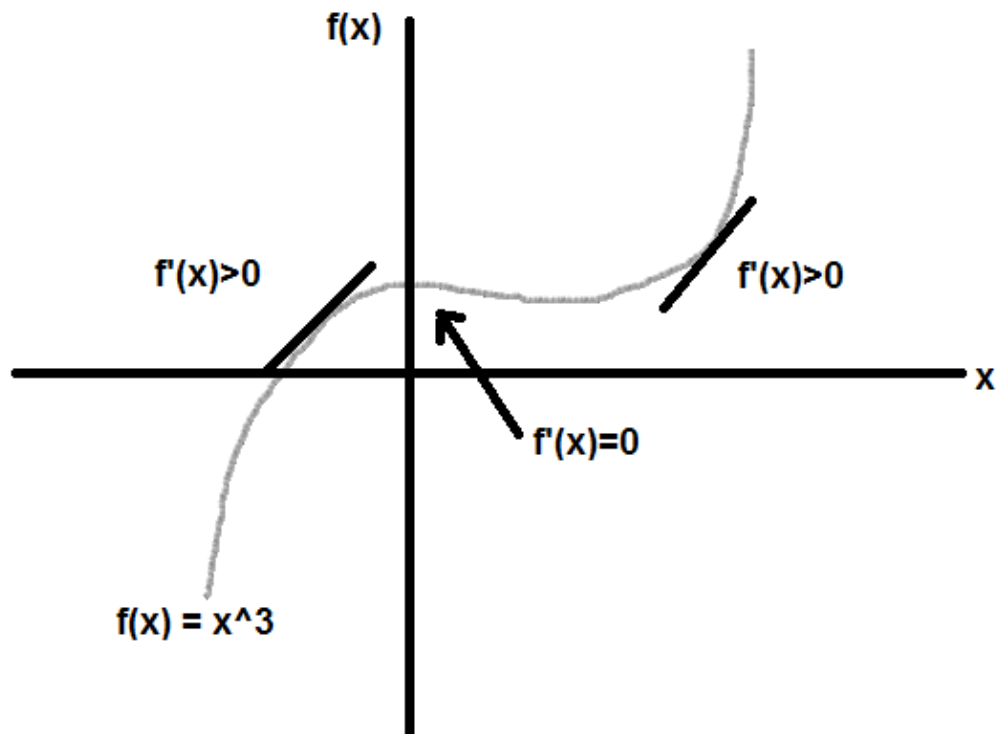
Puntos Críticos

Para encontrar los puntos críticos (máximos o mínimos) es conveniente mencionar la regla para los extremos relativos, esto es:

Si f tiene un extremo relativo cuando $x=x_0$, entonces $f'(x_0)=0$ o bien $f'(x_0)$ no está definida.

Los extremos relativos pueden ocurrir en puntos de la gráfica de f donde $f'(x_0)=0$ o f' no esté definida; a estos se les conoce como valor crítico de f , y a sus coordenadas $(x_0, f(x_0))$ como puntos críticos. Por lo que en un punto crítico puede darse un máximo, un mínimo o ninguno de ellos.

Cabe mencionar que no todo valor crítico corresponde a un extremo relativo, pues considerando el ejemplo de $f(x)=x^3$ veamos lo que ocurre:



Puntos Críticos

Consideremos la prueba de la primera derivada para encontrar extremos relativos:

1. Encontrar primero $f'(x)$.
2. Determinar todos los valores de x en donde $f'(x)=0$, o bien $f'(x)$ no esté definida.
3. En los intervalos encontrados en el paso 2 determinar si f es creciente ($f'(x)>0$) o decreciente ($f'(x)<0$).
4. Para cada valor crítico x_0 en el que f sea continua, determinar si cambia de signo de $f(x)$ al aumentar x y pasar por x_0 . Existe un máximo relativo cuando $x=x_0$ si $f'(x)$ cambia de (+) a (-) yendo de izquierda a derecha y un mínimo relativo si $f'(x)$, cambia de (-) a (+) yendo de izquierda a derecha. Si $f'(x)$ no cambia de signo, no existen extremos relativos cuando $x = x_0$.

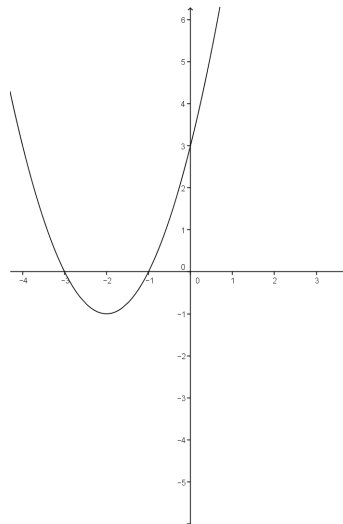
Ejemplo 1:

Encuentra los puntos donde ocurren los extremos relativos de la siguiente función $f(x)=x^2+4x+3$

Primero hay que encontrar la primera derivada de la función $f'(x)=2x+4$

Ahora igualando la primera derivada a cero se obtiene: $2x+4=0$

$$x = (-4)/2 = -2$$



Lo que se observa en la gráfica es que es el mínimo absoluto. Las intersecciones con los ejes son cuando $x^2+4x+3=0$, esto se encuentra fácilmente factorizando el trinomio que da como resultado:

$$x^2+4x+3=0$$

$$(x+1)(x+3)=0$$

$$x+1=0 \text{ entonces } x = -1$$

$$x+3=0 \text{ entonces } x = -3$$

De aquí se tienen cuatro intervalos.

Intervalo	Signo de la derivada
$(-\infty, -3)$ o bien $x < -3$	$f'(x) = (-)$
$(-3, -2)$ o bien $-3 < x < -2$	$f'(x) = (-)$
$(-2, -1)$ o bien $-2 < x < -1$	$f'(x) = (+)$
$(-1, \infty)$ o bien $x > -1$	$f'(x) = (+)$

De aquí se concluye que ocurre un mínimo en $(-2, -1)$.

Rivera Rosales, Elsa Edith, 4 de junio de 2014, Puntos críticos, Universidad Autónoma de Coahuila, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas.