Indices de Capacidad para Procesos con Doble Especificación

Todos los procesos poseen variables de salida o de respuesta, las cuales deben cumplir con determinadas especificaciones a fin de observar que el proceso está funcionando de manera satisfactoria.

Para poder evaluar la *capacidad de un proceso,* es necesario conocer la amplitud de su variación natural para una característica de calidad dada, para poder saber en qué medida tal característica de calidad es satisfactoria (es decir, si cumple con las especificaciones).

Considerando que se tiene una característica de calidad de un producto o variable de salida de un proceso, del tipo *valor nominal es mejor*, en donde, para considerar que hay calidad las mediciones deben ser iguales a cierto valor nominal o ideal (N), o al menos tienen que estar con holgura dentro de las especificaciones inferior (EI) y superior (ES).

EJEMPLO 5.1

Durante la fabricación de una llanta, una característica de calidad relevante es la longitud de capa, que para determinado tipo de llanta debe ser de 780 mm con una tolerancia de ±10 mm. La longitud es el resultado de un proceso de corte, por lo que este proceso debe garantizar una longitud entre la especificación inferior $EI = 770$ y la superior $ES = 790$, con un valor ideal o nominal de $N = 780$. Para poder monitorear el correcto funcionamiento del proceso de corte, cada media hora se toman cinco capas y se miden. De acuerdo con las mediciones realizadas en el último mes, en donde el proceso ha estado trabajando de manera estable, se tiene que la media y la desviación estándar del proceso (poblacional) son $\mu = 783$ y $\sigma = 3$, respectivamente.

Indices de Capacidad para Procesos con Doble Especificación

De acuerdo con lo anterior, se quiere saber en qué medida el proceso ha estado cumpliendo con especificaciones.

En la figura 5.1 se muestra la capacidad del proceso para cumplir con la longitud deseada (suponiendo una distribución normal, con μ=783 y σ= 3), de donde destaca que el proceso no está centrado, ya que la media del proceso es μ=783, por lo que se encuentra alejada del centro de las especificaciones. Esta situación causa que aproximadamente 1% de las tiras tenga una longitud superior a lo máximo tolerado (790 mm). Si se pudiera centrar el proceso, se lograría cumplir con las especificaciones de manera razonable, significando que la variabilidad del proceso se encuentra en un nivel aceptable. Enseguida se ve cómo los índices de capacidad reflejan las situaciones que se observan en la figura 5.1.

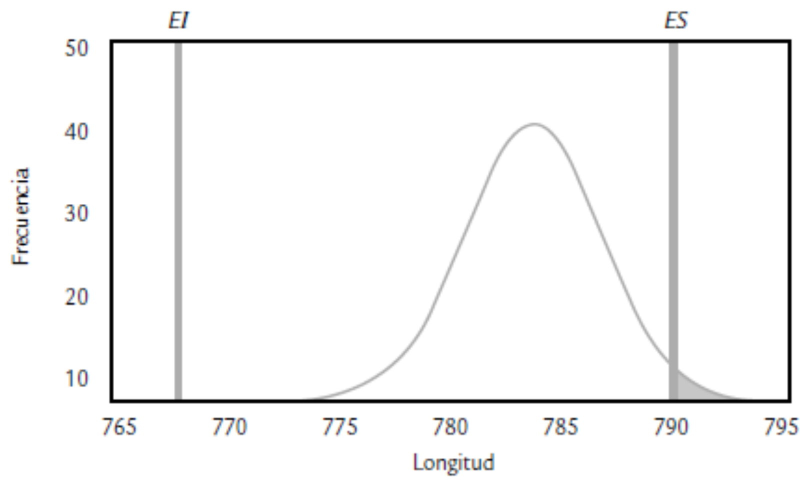

Figura 5.1. capacidad del proceso para el ejemplo 5.1 (suponiendo una distribución normal

Indices de Capacidad para Procesos con Doble Especificación

Índice C_p

El *índice de capacidad potencial del proceso*, *Cp*, se define con la siguiente fórmula:

$$C_p = \frac{ES - EI}{6\sigma}$$

En donde el símbolo σ representa la desviación estándar del proceso, mientras que *ES* y *EI* son las especificaciones superior e inferior para la característica de calidad. Como podemos ver, el índice *Cp* compara el ancho de las especificaciones o la variación tolerada para el proceso con la amplitud de la variación real de este:

$$C_p = \frac{\text{Variación tolerada}}{\text{Variación real}}$$

Decimos que 6σ (seis veces la desviación estándar) es la variación real, debido a las propiedades de la distribución normal, en donde se afirma que entre $\mu \pm 3\sigma$ se encuentra el 99.73% de los valores de una variable con distribución normal. Incluso si no hay normalidad, en $\mu \pm 3\sigma$ se encuentra un gran porcentaje de la distribución debido a la desigualdad de Chebyshev y a la regla empírica.

Interpretación del índice Cp

Para lograr que un proceso sea considerado potencialmente capaz de cumplir con ciertas especificaciones, es necesario que la variación real (natural) siempre sea menor que la variación tolerada. Es deseable que el índice *Cp* sea mayor que 1; y si el valor del índice *Cp* es menor que uno, es una prueba de que el proceso no cumple con las especificaciones.

Para obtener una mayor precisión en la interpretación en la tabla 5.1, tenemos cinco categorías de procesos que dependen del valor del índice *Cp*, suponiendo que el proceso está centrado. Ahí se ve que el *Cp* debe ser mayor que 1.33, o que 1.50 si se quiere tener un proceso bueno; pero debe ser mayor o igual que dos si se quiere tener un proceso de clase mundial (calidad Seis Sigma).

También, en la tabla 5.2 se mostró el valor del índice en el porcentaje de artículos que no cumplirían especificaciones, así como en la cantidad de artículos o partes defectuosas por cada millón producido (PPM). Por ejemplo, si el índice *Cp* = 0.8 y el proceso estuviera centrado, entonces el correspondiente proceso produciría 1.64% de piezas fuera de especificaciones (que corresponde a 16 395 partes malas por cada millón producido). Una observación que se deriva de la tabla referida es que el valor del índice *Cp* no es igual al porcentaje de piezas que cumplen con especificaciones.

Tabla 5.1 Valores del *Cp* y su interpretación.

VALOR DEL ÍNDICE *Cp*	CLASE O CATEGORÍA DEL PROCESO	DECISIÓN (SI EL PROCESO ESTÁ CENTRADO)
$Cp \geq 2$	Clase mundial	Se tiene calidad Seis Sigma.
$Cp \geq 1.33$	1	Adecuado.
$1 < Cp < 1.33$	2	Parcialmente adecuado, requiere de un control estricto.
$0.67 < Cp < 1$	3	No adecuado para el trabajo. Es necesario un análisis del preceso. Requiere de modificaciones serias para alcanzar una calidad satisfactoria.
$Cp < 0.67$	4	No adecuado para el trabajo. Requiere de modificaciones muy serias.

Indices de Capacidad para Procesos con Doble Especificación

Tabla 5.2 Los índices *Cp, Cpi y Cps* en términos de la cantidad de piezas malas; bajo normalidad y proceso centrado en el caso de doble especificación.

VALOR DEL ÍNDICE (CORTO PLAZO)	PROCESO CON DOBLE ESPECIFIACIÓN (ÍNDICE Cp)		CON REFERENCIA A UNA SOLA ESPECIFICACIÓN *Cp, Cpi y Cps*	
	% FUERA DE LAS DOS ESPECIFICACIONES	PARTES POR MILLÓN (PPM)	%FUERA DE UNA ESPECIFICACIÓN	PARTES POR MILLÓN FUERA (PPM)
0.2	54.8506%	548506.130	27.4253%	274253.065
0.3	36.8120%	368120.183	18.4060%	184060.092
0.4	23.0139%	230139.463	11.5070%	115069.732
0.5	13.3614%	133614.458	6.6807%	66807.229
0.6	7.1861%	71860.531	3.5930%	35930.266
0.7	3.5729%	35728.715	1.7864%	17864.357
0.8	1.6395%	16395.058	0.8198%	8197.529
0.9	0.6934%	6934.046	0.3467%	3467.023
1.0	0.2700%	2699.934	0.1350%	1349.967
1.1	0.0967%	966.965	0.0483%	483.483
1.2	0.0318%	318.291	0.0159%	159.146
1.3	0.0096%	96.231	0.0048%	48.116
1.4	0.0027%	26.708	0.0013%	13.354
1.5	0.0007%	6.802	0.0003%	3.401
1.6	0.0002%	1.589	0.0001%	0.794
1.7	0.0000%	0.340	0.0000%	0.170
1.8	0.0000%	0.067	0.0000%	0.033
1.9	0.0000%	0.012	0.0000%	0.006
2.0	0.0000%	0.002	0.0000%	0.001

Es muy importante subrayar que la interpretación que se da en las tablas 5.1 y 5.2 está fundamentada bajo cuatro supuestos: que la característica de calidad se distribuye de manera normal, que el proceso está centrado y es estable (está en control estadístico), y que se conoce la desviación estándar del proceso. Es decir, la desviación estándar no es una estimación basada en una muestra. El incumplimiento de alguno de estos supuestos, sobre todo de los últimos dos, afecta de manera sensible la interpretación de los índices. Más adelante se verá la interpretación de los índices cuando estos se calculan (estiman) a partir de una muestra.

Al momento de analizar un proceso, si encontramos que su capacidad para cumplir especificaciones es relativamente mala, algunas alternativas de acciones a tomar son: mejorar el proceso (centrar y reducir variación), su control y el sistema de medición, modificar tolerancias o inspeccionar al 100% los productos.

Si fuera lo contrario, y existiera una capacidad excesiva, esta puede ser aprovechada, por ejemplo: con la venta de la precisión o del método, reasignando productos a máquinas menos precisas, así como al acelerar el proceso y reducir la cantidad de inspección.

En el caso del ejemplo 5.1 de la longitud de capa para las llantas, el índice *Cp* está dado por:

$$C_p = \frac{790 - 770}{6(3)} = \frac{20}{18} = 1.11$$

Tenemos que la variación tolerada es de 20 y la variación real es menor ya que es de 18. De acuerdo con la tabla 5.1, el proceso tiene una capacidad potencial parcialmente adecuada y requiere de un control estricto. En función de la tabla 5.2 se espera que si el proceso estuviera centrado, arrojaría aproximadamente 0.0967% de las capas fuera de especificaciones, lo cual corresponde a 967 PPM y se considera parcialmente adecuado. Sin embargo, como es claro, a partir de la figura 5.1 el proceso no está centrado (lo que no toma en cuenta el índice *Cp*), y eso provoca que genere 1.0% fuera de la especificación superior, lo cual corresponde a 10 000 PPM.

Índice C_r

Otro de los índices de capacidad de procesos, pero menos conocido que el *Cp*, es el índice de *razón de capacidad potencial*, C_r, el cual se representa con la siguiente fórmula:

$$C_r = \frac{6\sigma}{ES - EI}$$

Como podemos ver, el índice C_r es lo contrario del C_p, ya que compara la variación real contra la variación tolerada. En este índice se pretende que el numerador sea menor que el denominador; es decir, lo deseable son valores de *Cr* pequeños (menores que 1). La ventaja del índice C_r sobre el C_p es que su interpretación es un poco más perceptible: el valor del índice C_r representa la proporción de la banda de especificaciones que es ocupada por el proceso. Por ejemplo, si el *Cr*=1.20, significa que la variación del proceso abarca o cubre 120% de la banda de especificaciones, por lo que su capacidad potencial es inadecuada. El C_r para el mismo ejemplo de la longitud de las capas de las llantas, es:

$$C_r = \frac{6(3)}{790 - 770} = \frac{18}{20} = 0.90$$

Donde .90 es un valor parcialmente adecuado, ya que nos señala que la variación del proceso potencialmente esta cubriendo el 90% de la banda de especificaciones. Por otro lado, este índice tampoco considera el hecho de que el proceso está descentrado, como es claro a partir de la figura 5.1.

Índices C_{pi}, C_{ps} y C_{pk}

Como bien sabemos, la desventaja de los índices C_p y C_r es que no toman en cuenta el centrado del proceso, ya que en las fórmulas para calcularlos no se considera de ninguna manera la media del proceso, μ.

Una manera de corregir esta desventaja consiste en evaluar por separado el cumplimiento de la especificación inferior y superior, y lo podemos hacer a través del *índice de capacidad para la especificación inferior*, $\mathbf{C_{pi}}$, y el *índice de capacidad para la especificación superior*, $\mathbf{C_{ps}}$, respectivamente, los cuales podemos calcular de la siguiente manera:

$$C_{pi} = \frac{\mu - EI}{3\sigma} \quad \text{y} \quad C_{ps} = \frac{ES - \mu}{3\sigma}$$

Como podemos observar, en estos índices sí toman en cuenta la media del proceso (μ), ya que calculan la distancia de la media del proceso a una de las especificaciones. Esta distancia nos muestra la variación tolerada para el proceso de un solo lado de la media. Es por esto que solo se divide entre 3σ porque solo se está tomando en cuenta la mitad de la variación natural del proceso que es de 6.

La tabla 5.1 nos es útil para interpretar los índices unilaterales; sin embargo, para considerar que el proceso es adecuado, el valor de $\mathbf{C_{pi}}$ o $\mathbf{C_{ps}}$ debe ser mayor que 1.25, en lugar de 1.33. Por otro lado, la tabla 5.2 también nos sirve para interpretar los valores de estos índices unilaterales en términos del porcentaje de los productos que no cumplen con especificaciones.

En el ejemplo 5.1, de la longitud de las capas de las llantas, tenemos que:

$$C_{ps} = \frac{790 - 783}{3(3)} = \frac{7}{9} = 0.78$$

$$C_{pi} = \frac{783 - 770}{3(3)} = \frac{13}{9} = 1.44$$

En este caso, como el índice para la especificación superior, **C_{ps}**, es el más pequeño y es menor que 1, entonces tenemos claro que se tienen problemas por la parte superior (se están cortando capas más grandes de lo tolerado). Si se usa la tabla 5.2, dado que **C_{ps}**=0.78, tenemos que el porcentaje de producto que es más grande que la especificación superior está entre 0.82% y 1.79% (al realizar la interpolación se obtiene un valor cercano a 1%). Cabe mencionar que no existe problema con la especificación inferior, ya que *Cpi*=1.44, y al ser mayor que 1.25, se considera que el proceso cumple de manera adecuada esa especificación.

Respecto al índice C_{pk}, conocido como *índice de capacidad real del proceso*, el cual es considerado una versión corregida del C_p que sí toma en cuenta el centrado del proceso, hay diversas formas para calcularlo, una de las más usadas es la siguiente:

$$C_{pk} = \text{Mínimo}\left[\frac{\mu - EI}{3\sigma}, \frac{ES - \mu}{3\sigma}\right]$$

En esta fórmula, el índice C_{pk} es igual al valor más pequeño de entre C_{pi} y C_{ps}; es decir, es igual al índice unilateral más pequeño, por lo que si el valor del índice C_{pk} es satisfactorio (mayor que 1.25), eso nos muestra que el proceso es capaz. Si $C_{pk} <1$, entonces el proceso no está cumpliendo con por lo menos una de las especificaciones.

Algunos elementos que nos son útiles para la interpretación del índice C_{pk} son los siguientes:

• El índice C_{pk} siempre va a ser menor o igual que el índice C_p. Cuando observamos que son muy próximos, eso nos señala que la media del proceso está muy cerca del punto medio de las especificaciones, como resultado, la capacidad potencial y real son similares.

• Si el valor del índice C_{pk} es mucho más pequeño que el C_p, quiere decir que la media del proceso está alejada del centro de las especificaciones. De esa forma, el índice C_{pk} estará indicando la capacidad real del proceso, y si se corrige el problema de descentrado se alcanzará la capacidad potencial indicada por el índice C_p.

• Cuando el valor del índice C_{pk} sea mayor a 1.25 en un proceso ya existente, se considerará que se tiene un proceso con capacidad satisfactoria. Mientras que para procesos nuevos se pide que C_{pk} >1.45.

• Es posible tener valores del índice C_{pk} iguales a cero o negativos, los cuales siempre nos indican que la media del proceso está fuera de las especificaciones.

Volviendo al ejemplo 5.1, de la longitud de las capas de las llantas, tenemos que:

$$C_{pk} = \text{Mínimo}\left[\frac{790-783}{3(3)}, \frac{783-770}{3(3)}\right] = \text{Mínimo}\left[\frac{7}{9}, \frac{13}{9}\right] = 0.78$$

Este resultado nos está indicando una capacidad no satisfactoria. Esto quiere decir que cierta proporción de las capas para las llantas no tiene una longitud adecuada, como se vio con los índices unilaterales y en la gráfica 5.1. Al utilizar la segunda parte de la tabla 5.2, vemos que con C_{pk} =0.78 el porcentaje de capas que exceden los 790 mm se encuentra entre 0.82 y 1.79%.

Para poder mejorar ese proceso, es recomendable que se optimice su centrado, con lo cual alcanzaría su mejor potencial actual que indica el valor de C_p =1.11.

Índice K

Un elemento importante durante un estudio de capacidad de un proceso es evaluar si la distribución de la característica de calidad está centrada con respecto a las especificaciones, por ello es necesario calcular el *índice de centrado del proceso*, ***K***, que se calcula a través de la siguiente fórmula:

$$K=\frac{\mu - N}{\frac{1}{2}(ES - EI)}\times 100$$

Como podemos observar, este indicador mide la diferencia que existe entre la media del proceso, μ, y el valor objetivo o nominal, N (*objetivo*), para la correspondiente característica de calidad; y compara esta diferencia con la mitad de la amplitud de las especificaciones. Multiplicar por 100 permite obtener una medida porcentual.

Podemos interpretar los valores de K de la siguiente manera:

• Si el signo del valor de K es positivo, quiere decir que la media del proceso es mayor al valor nominal y será negativo cuando $\mu < N$.

• Valores de K menores a 20% en términos absolutos se consideran aceptables, pero a medida que el valor absoluto de K sea más grande que 20%, indica un proceso muy descentrado, lo cual ocasiona que la capacidad del proceso para cumplir especificaciones sea baja.

- El valor nominal, *N*, es la calidad objetivo y óptima; cualquier desviación que se tenga en este valor lleva a una disminución en la calidad. Por esto, cuando un proceso esté descentrado de manera importante, se debe hacer lo posible por centrarlo, lo cual es más sencillo que disminuir la variabilidad.

Volviendo al ejemplo 5.1 de la longitud de la capa para llantas, si consideramos que el valor nominal para esta longitud es N=780, entonces el índice K es:

$$K = \frac{783 - 780}{\frac{1}{2}(790 - 770)} \times 100 = 30\%$$

Como podemos ver, la media del proceso está desviada 30% a la derecha del valor nominal, por lo que el centrado del proceso es inadecuado y esto genera una baja capacidad del proceso para cumplir con la especificación superior, como se vio en la figura 5.1 y en los índices de capacidad anteriores.

Índice C_{pm} (Índice de Taguchi)

Los índices C_p y C_{pk} son empleados para reducir la variabilidad de un proceso para cumplir con las especificaciones. Pero, respecto al punto de vista de G. Taguchi (1986), cumplir con especificaciones no siempre significa que se tiene buena calidad y la reducción de la variabilidad debe darse en torno al valor nominal (calidad óptima). En otras palabras, la mejora de un proceso, de acuerdo con Taguchi, debe estar encaminada a reducir su variabilidad alrededor del valor nominal, *N*, y no solo para cumplir con especificaciones.

Taguchi propone que la capacidad del proceso se mida con el índice **C_{pm}** que está representado por la siguiente ecuación:

$$C_{pm} = \frac{ES - EI}{6\tau}$$

donde τ (tau) está dada por:

$$\tau = \sqrt{\sigma^2 + (\mu - N)^2}$$

Y *N* es el valor nominal de la característica de calidad; *EI* y *ES* son las especificaciones inferior y superior. El valor de *N* por lo general es igual al punto medio de las especificaciones; es decir, N=0.5(ES + EI). Nótese que el índice C_{pm} compara el ancho de las especificaciones con 6 τ; pero τ no solo toma en cuenta la variabilidad del proceso a través de σ^2, sino que también toma en cuenta su centrado a través de $(\mu - N)^2$. De esta forma, si el proceso está centrado; es decir, si $\mu = N$, entonces C_p, C_{pk} y C_{pm} son iguales.

Retomando el caso del ejemplo 5.1 acerca de la longitud de capa para llantas:

$$C_{pm} = \frac{790 - 770}{6\sqrt{3^2 + (783 - 780)^2}} = \frac{20}{25.46} = 0.79$$

Interpretación

Cuando nos encontramos con que el índice C_{pm} es menor a 1, quiere decir que el proceso no cumple con especificaciones, pudiendo ser por problemas de centrado o por exceso de variabilidad. En el caso de las llantas, no se cumple con especificaciones y, como podemos apreciar en la figura 5.1, el motivo principal es que el proceso está descentrado.

Contrario a esto, cuando el índice C_{pm} es mayor que 1, significa que el proceso cumple con especificaciones, y en particular que la media del proceso está dentro de la tercera parte central de la banda de las especificaciones. Si C_{pm} es mayor que 1.33, entonces el proceso cumple con especificaciones pero además, la media del proceso está dentro de la quinta parte central del rango de especificaciones. En el ejemplo 5.1 acerca de la longitud de capa para llantas, la quinta parte central de la banda de especificaciones es 780 ± (10/5).

Es importante recordar que, de acuerdo a las interpretaciones de los índices anteriormente vistos, para que estos puedan ser aplicables como pronósticos del desempeño del proceso en el futuro inmediato, es importante que los procesos sean estables. Además, se necesita que la característica de calidad se distribuya en forma normal o por lo menos de una manera no tan diferente de esta.

Algo importante es que los cálculos de los índices estén basados en los parámetros poblacionales del proceso μ y σ. Si los cálculos están basados en una muestra pequeña, la interpretación cambia, como lo veremos más adelante.

Índices P_p y P_{pk}

Los presentes índices están enfocados al desempeño del proceso a largo plazo que es lo que buscan los clientes, y no solo a su capacidad. Por ello, el *índice de desempeño potencial del proceso* (*process performance*) P_p se calcula de la siguiente manera:

$$P_p = \frac{ES - EI}{6\sigma_L}$$

Indices de Capacidad para Procesos con Doble Especificación

En donde σ_L es la desviación estándar de largo plazo. Como podemos notar, el índice P_p se calcula en forma parecida al C_p, la única diferencia es que P_p utiliza σL, mientras que C_p normalmente se calcula con la desviación estándar de corto plazo. Uno de los problemas del índice P_p es que no considera el centrado del proceso, por ello es necesario que se complemente con el *índice de desempeño real del proceso* P_{pk} que se obtiene de la siguiente forma:

$$P_{pk} = \text{mínimo}\left[\frac{\mu - EI}{3\sigma_L}, \frac{ES - \mu}{3\sigma_L}\right]$$

Note que este índice se calcula de la misma forma que el índice C_{pk}, con la diferencia de que P_{pk} emplea σ_L (la desviación estándar de largo plazo).

REFERENCIA:

Gutiérrez, H. y De la Vara, R. (2009). Control estadístico de calidad y seis sigma. Recuperado de: https://www.uv.mx/personal/ermeneses/files/2018/05/6-control-estadistico-de-la-calidad-y-seis-sigma-gutierrez-2da.pdf