LAS VARIABLES DE LAS ANUALIDADES

Monto

Los elementos que intervienen en este tipo de anualidades son:

- R = La renta o pago por periodo.
- C = El valor actual o capital de la anualidad. Es el valor total de los pagos en el momento presente.
- M = El valor en el momento de su vencimiento, o monto. Es el valor de todos los pagos al final de la operación.

La fórmula que utilizaremos para resolver estas anualidades es la siguiente:

$$M = R\,\frac{(1 + i)^{n} - 1}{i}$$

Ejemplo:

¿Qué cantidad acumularía tu empresa en un semestre si depositas 10 mil pesos al finalizar cada mes en una cuenta de inversiones que rinde 6% anual convertible mensualmente?

El interés por periodo, i, es 0.06/12 = 0.005

$$M = 10{,}000 \frac{(1.005)^6 - 1}{0.005}$$

$$M = 60{,}755.02$$

Valor actual

Usaremos la siguiente fórmula:

$$C = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

Ejemplo:

¿Cuál es el valor actual de una renta trimestral de 450 pesos depositada al final de cada uno de siete trimestres, si la tasa de interés es de 9% trimestral?

$$C = 450 \frac{1 - (1 + 0.09)^{-7}}{0.09}$$

$$C = 2{,}264.83$$

Renta

Se conoce como renta al pago periódico que se realiza a intervalos iguales.

Ejemplo:

Tu empresa adquiere hoy a crédito una computadora cuyo precio es de 20 mil pesos y convienes en pagarla en cuatro mensualidades vencidas. Cuánto tendrás que pagar cada mes si te cobran 1.8 % mensual de interés?

$$A = R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Solución:

A = C =20,000

R = ¿?

i = 1.8%

n = 4

Si despejamos la fórmula:

$$R = \frac{Ai}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{20{,}000\ (0.018)}{1-(1+0.018)^{-4}}$$

$$R = \frac{360}{0.068873}$$

$$R = 5{,}227.01$$

Plazo

El plazo o tiempo de una anualidad se calcula por medio del número de periodos de pago n.

Ejemplo:

Cuántos pagos de 607.96 pesos, al final de mes, tendría que hacer el comprador de una lavadora que cuesta 8 mil 500 pesos, si da 2 mil 550 pesos de enganche y acuerda pagar 24% de interés capitalizable mensualmente sobre el saldo?

Solución:

n = ¿?
R = 607.96
C = 8,500 – 2,550 = 5,950
i = 0.24/12 = 0.02

$$C = R\,\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

$$5{,}950 = 607.96\,\frac{1 - (1.02)^{-n}}{0.02}$$

$$\frac{5{,}950\ (0.02)}{607.96} = 1 - (1.02)^{-n}$$

$$0.195736 - 1 = -(1.02)^{-n}$$

$$(1.02)^{-n} = 0.80426343$$

$$\frac{1}{(1.02)^{n}} = 0.80426343$$

$$(1.02)^{n} = \frac{1}{0.80426343} = 1.24337370$$

$$n\, log\ 1.02 = log\ 1.24337369$$

$$n = \frac{log\ 1.24337369}{\log 1.02} = \frac{0.9460167}{0.00860017}$$

$$n = 11$$

Muchas veces, a diferencia del ejemplo anterior, el número de periodos no es entero.

Reference:

Díaz A., Aguilera V. (2020). Matemáticas Financieras. México. McGraw Hill.