DESIGUALDADES LINEALES

Las desigualdades lineales son expresiones algebraicas que establecen una relación de orden entre dos cantidades que no necesariamente son iguales. A diferencia de las ecuaciones, donde se busca el valor exacto que satisface la igualdad, en las desigualdades se busca el conjunto de valores que cumplen una condiciónes de:

- ⇒ mayor que (>),
- ⇒ menor que (<),
- ⇒ mayor o igual que (≥) o
- ⇒ menor o igual que (≤).

Estas relaciones permiten modelar situaciones reales donde existen límites o restricciones en lugar de valores exactos, lo que las hace muy útiles en el ámbito de los negocios y las finanzas.

Estructura general

Una desigualdad lineal tiene la forma:

$$ax + b < 0, ax + b > 0, ax + b \leq 0 \text{o} ax + b \geq 0$$

Donde a y b son números reales, y x es la variable.
Por ejemplo:

$$3x + 2 > 8$$

Procedimiento para resolver una desigualdad lineal

El objetivo es aislar la variable de forma similar a una ecuación lineal, cuidando una regla importante:

Si se multiplica o divide la desigualdad por un número **negativo**, el signo de la desigualdad **se invierte.**

Ejemplo paso a paso:

$$3x + 2 > 8$$

1. Restamos 2 en ambos lados de la ecuación ("El 2 está sumando pasa restando"), quedando:

$$3x > 6$$

2. Dividimos entre 3 en ambos lados de la ecuación ("El 3 está multiplicando, pasa dividiendo"):

$$x > 2$$

El conjunto solución es todo número **mayor que 2**. En notación de intervalo, se escribe como:

$\boldsymbol{x \in (2, \infty)}$***,*** *lo que se lee como, "equís pertenece al conjunto de valores mayores a 2".*

Representación en la recta numérica

En la recta, se dibuja (ver figura 1) un **círculo abierto** sobre el número 2 (porque no se incluye el 2, ya que el signo es ">" y no "≥") y se **sombrea hacia la derecha**, indicando todos los valores mayores que 2.

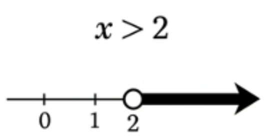


Figura 1, representación de la desigualdad x>2

Si la desigualdad fuera $x \geq 2$, se usaría un **círculo cerrado** (ver figura 2), porque el 2 sí pertenece a la solución.

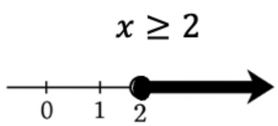


Figura 2, representación de la desigualdad $x \geq 2$

La diferencia entre las dos soluciones presentadas antes, es que para valores mayores (>) o menores (<), el valor frontera (el 2 en este caso) **no es parte de la solución** y por eso se utiliza un círculo sin relleno o vacío; mientras que para valores mayores o iguales (≥) o menores o iguales (≤) el valor frontera (el 2 en el ejemplo) **si es parte de la solución**.

EJEMPLO APLICADO A LOS NEGOCIOS

Supongamos que una empresa necesita mantener un margen de ganancia mínimo de 25% sobre su costo de producción. Si el costo por producto es de $80, el precio de venta p debe cumplir:

$$p \geq 80(1 + 0.25), entonces$$
$$p \geq 100$$

Esto significa que cualquier precio **mayor o igual a $100** cumple con la meta de rentabilidad. En la recta numérica (ver figura 3), se representaría con un punto cerrado en 100 y una línea que se extiende hacia la derecha.

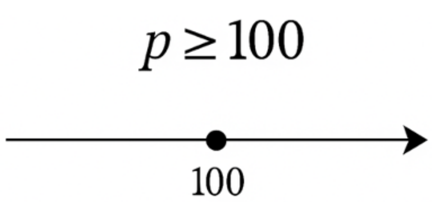


Figura 3, representación de la desigualdad p≥100

Representación

La solución de una desigualdad puede representarse en una recta numérica y mediante intervalos, ya sea cerrados o abiertos de uno de los extremos. Cuando se dice **intervalo abierto**, es decir la variable puede ser mayor “>” o menor “<”, se representa por medio de paréntesis “(“, “)” o “(expresión)”; si se dice **intervalo cerrado**, quiere decir que la variable es mayor o igual “≥” o menor o igual “(≤)“ y se utilizan corchetes “[“, “]” o “[expresión]”.

Las posibles combinaciones para representar una expresión de desigualdad son las siguientes:

1. $x < a$ — $x \in (-\infty, a)$
2. $x > a$ — $x \in (a, \infty)$
3. $x \leq a$ — $x \in (a, \infty]$
4. $x \geq a$ — $x \in [a, \infty)$

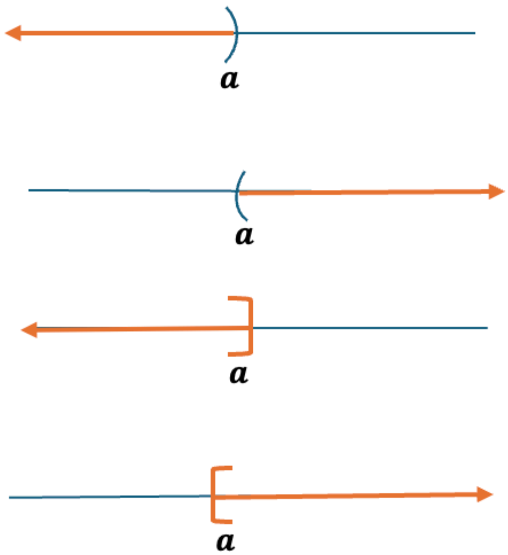
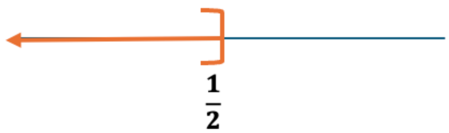


Figura 4, diferentes representaciones de una expresión de desigualdad (algebraica, gráfica e intervalo).

En la tercera columna de la figura 4 (arriba) se representan diferentes combinaciones de paréntesis y corchetes, según sea el caso (primera columna).

La solución de la siguiente desigualdad se puede representar de forma algebraica, gráfica y por medio de un intervalo, respectivamente.

$\mathbf{x} \leq \frac{1}{2}$



$x \in \left(\frac{1}{2}, \infty\right]$

Conclusión

Resolver una desigualdad lineal no solo implica obtener un número o intervalo, sino **entender el conjunto de posibilidades** viables dentro de un contexto. En economía o negocios, esto se traduce en **rangos de precios**, **niveles mínimos de ventas**, **límites de gasto** o **restricciones presupuestales** que permiten a una empresa operar eficientemente sin incumplir sus objetivos financieros.

Referencia:

O'Regan, G. (2023). A Guide to Business Mathematics. Chapman & Hall / CRC Press.