

## PLANTEAMIENTO Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS PRÁCTICOS

Existen problemas que se pueden modelar mediante desigualdades lineales. A continuación, se presentarán algunos problemas prácticos que serán representados mediante desigualdades lineales con el fin de encontrar su solución.

### PROBLEMA 1

El costo total (en dólares) de producción de  $x$  unidades de cierto artículo está dado por  $C = 3100 + 25x$  y cada unidad se vende a \$37. El fabricante quiere saber cuántas unidades deberá producir y vender para obtener una utilidad de al menos \$2,000.

#### Solución:

Suponga que se producen y se venden  $x$  unidades. El ingreso  $I$  obtenido por vender  $x$  unidades es de \$37 multiplicado por la cantidad de unidades ( $x$ ), es decir,  $I=37x$  dólares. La utilidad  $U$  (en dólares) obtenida por producir y vender  $x$  unidades está dada entonces por las siguientes ecuaciones:

$$\text{Utilidad (U)} = \text{Ingresos (I)} - \text{Costos (C)}$$

1

Sustituyendo las expresiones, se tiene:

$$U = 37x - (3100 + 25x)$$

2

Resultando:

$$U = 12x - 3100$$

3

Dado que la utilidad requerida debe ser al menos de \$2,000, es decir, debería ser de \$2,000 o más, ahora se expresa  $U$  en función del requisito, obteniendo:

$$U \geq 2000$$

4

Al sustituir el valor de  $U$  (expresión 3) en la expresión 4, la expresión de desigualdad queda:

$$12x - 3100 \geq 2000$$

5

Ejemplo tomado de (Arya y Lardner, 2009, p. 98)

Ahora se procede a la solución de la desigualdad lineal (expresión 5).

$$12x \geq 2000 + 3100$$

$$12x \geq 5100$$

$$x \geq \frac{5100}{12}$$

$$x \geq 425$$

La representación gráfica queda de la siguiente manera (figura 5).

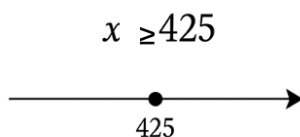


Figura 5, representación en la recta de la solución al ejemplo 1

Como intervalo se expresa:

$$x \in [425, \infty)$$

Se lee:  $x$  pertenece al conjunto de valores desde 245 inclusive hasta infinito.

Por lo tanto, **se concluye** que se deben vender 425 unidades, para que se obtenga una utilidad de al menos \$2000.

## PROBLEMA 2

(Utilidades del fabricante) El fabricante de cierto artículo puede vender todo lo que produce al precio de \$60 cada artículo. Gasta \$40 en materia prima y mano de obra al producir este artículo, y tiene costos fijos adicionales de \$3,000 por semana en la operación de la planta. Encuentre el número de unidades que debería producir y vender para obtener una utilidad de al menos \$1,000 a la semana.

### Solución:

Sea  $x$  el número de artículos producidos y vendidos en la semana. Entonces el costo total de producir  $x$  unidades es de \$3,000 más \$40 por artículo, lo cual genera la expresión:

$$(40x + 3000) \text{ dólares}$$

El ingreso obtenido por vender  $x$  unidades a \$60 cada una será de  $60x$  dólares. Por tanto, si sabemos que la **Utilidad = Ingresos - Costos**, Tendremos que:

$$U = 60x - (40x + 3000)$$

Acomodando la expresión queda:

$$U = 20x - 3000$$

Puesto que deseamos obtener una ganancia de al menos \$1000 al mes, tenemos la desigualdad siguiente:

$$\text{Utilidad} \geq 1000$$

$$20x - 3000 \geq 1000$$

Se procede a resolver la desigualdad:

$$20x \geq 4000$$

$$x \geq 200$$

En consecuencia, el fabricante deberá producir y vender al menos 200 unidades cada semana.

***Referencia:***

*Problemas obtenidos de: Arya, J. C., & Lardner, R. W. (2009). Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía. Pearson educación. p. 103.*