

## APLICACIONES DE LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS

Muchas empresas que venden productos en mercados competitivos modelan la función de demanda como una función lineal del precio: cuando el precio sube, la cantidad demandada baja, y viceversa. Si se combina la función de demanda (precio en función de cantidad) con la fórmula de ingresos (precio  $\times$  cantidad), se obtiene una función cuadrática de ingreso. Esa función se puede usar para encontrar el precio que maximiza ingresos, estimar ingresos máximos, o analizar elasticidades.

### Ejemplo:

Supongamos que una empresa exportadora de electrónicos en México desea fijar el precio (en pesos) de un aparato para el mercado europeo. El equipo estudia que la demanda internacional puede representarse por la ecuación lineal (estimada mediante análisis de mercado):

$$P(q) = 1000 - 2q$$

Donde:

- $P(q)$  = precio (en pesos por unidad) que los compradores estarían dispuestos a pagar, según la cantidad  $q$ .
- $q$  = número de unidades que se venden en ese mercado.

La función de ingreso queda:

$$R(q) = P(q) \cdot q = (1000 - 2q) q = 1000q - 2q^2$$

Esta es una **función cuadrática con coeficiente negativo**, lo que implica que el ingreso tiende a crecer con  $q$  hasta cierto punto límite y luego disminuye (la parábola “apunta hacia abajo” como en la siguiente figura:

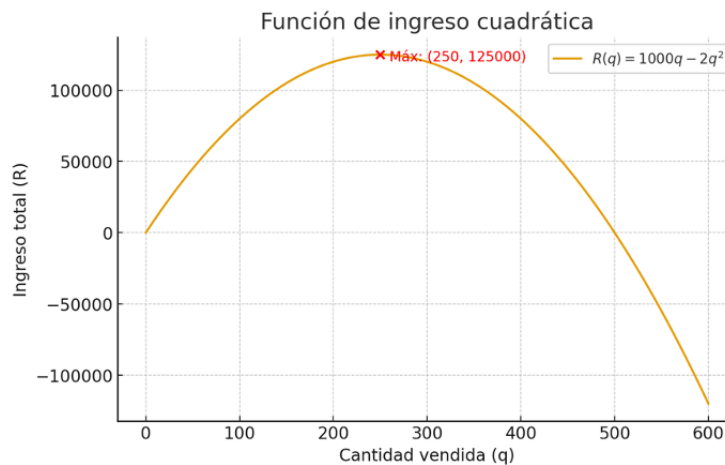


Figura 1, Gráfica de la función cuadrática de ingreso

Entonces, la empresa puede hallar el punto máximo de ingreso encontrando el vértice de la parábola:

- El valor  $q$  que maximiza  $R(q)$  es  $q = -\frac{b}{2a}$ . En este caso,  $a = -2$ ,  $b = 1000$ , por lo que:

$$q_{\text{máx}} = -\frac{1000}{2 \cdot (-2)} = \frac{1000}{4} = 250$$

- Sustituyendo  $q = 250$  en la función de ingreso:

$$R(250) = 1000(250) - 2(250)^2 = 250,000 - 2(62,500) = 250,000 - 125,000 = 125,000.$$

Así, el ingreso máximo es de 125 000 (en la unidad monetaria correspondiente) cuando se venden 250 unidades bajo las condiciones estimadas.

Si la empresa tiene costos totales (fijos + variables) que son lineales u otra forma, podría restarlos al ingreso para obtener una función de utilidad o ganancia, que también será cuadrática. Con ello puede compararse el punto de ingresos máximos vs. cantidad que maximiza utilidad neta.

*Referencia:*

*Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2021). Precalculus: Mathematics for Calculus (7.ª ed.). Estados Unidos. Cengage Learning.*