

APLICACIONES DE LAS FUNCIONES A NIVEL NACIONAL E INTERNACIONAL

Ejemplo aplicado (México): modelo log-log y crecimiento exponencial en negocios internacionales

Diversos estudios para México modelan variables internacionales en forma logarítmica (log-log) para interpretar elasticidades. Con base en Zavala-Pineda (2016), pensemos en un esquema didáctico del tipo de cambio real (TCR) bilateral México-EE. UU.:

En el trabajo “Determinants of the real exchange rate between Mexico” se utilizan modelos logarítmicos dobles (double log) para investigar cómo variables reales explican las fluctuaciones del tipo de cambio real en México. En modelo de doble logaritmo, tanto la variable dependiente como las independientes se transforman mediante el logaritmo natural (\ln), de modo que los coeficientes estimados pueden interpretarse como elasticidades.

Los autores aplican este enfoque para estimar relaciones de largo plazo entre el tipo de cambio real y otros determinantes macroeconómicos (por ejemplo, precios relativos, productividad, términos de intercambio). Al usar la transformación logarítmica, el modelo captura proporciones y tasas de cambio en lugar de magnitudes absolutas.

Modelo (log-log):

$$\ln(\text{TCR}_t) = \alpha + \beta_1 \cdot \ln(\text{PreciosRel}_t) + \beta_2 \cdot \ln(\text{Productividad}_t) + \beta_3 \cdot \ln(\text{TérminosDelIntercambio}_t) + \varepsilon_t.$$

Supuesto ilustrativo (coeficientes hipotéticos): $\beta_1 = 0.60$, $\beta_2 = -0.40$, $\beta_3 = -0.20$.

Datos porcentuales observados (hipotéticos):

$\Delta \ln(\text{PreciosRel}) = +0.03$ ($\uparrow 3\%$), $\Delta \ln(\text{Productividad}) = +0.02$ ($\uparrow 2\%$), $\Delta \ln(\text{Tdl}) = -0.01$ ($\downarrow 1\%$).

Cálculo del cambio aproximado en $\ln(\text{TCR})$:

$$\Delta \ln(\text{TCR}) \approx 0.60 \cdot 0.03 + (-0.40) \cdot 0.02 + (-0.20) \cdot (-0.01) = 0.018 - 0.008 + 0.002 = 0.012 \Rightarrow \text{TCR} \uparrow \approx 1.2\%.$$

Interpretación:

Un aumento del 3% en precios relativos, compensado parcialmente por mejoras de productividad (+2%) y términos de intercambio (-1%), implicaría una depreciación real de ~1.2% (según la convención de TCR utilizada). En un plan de exportaciones, si los precios externos se cotizan en dólares, un TCR más alto puede abaratar los bienes mexicanos en términos reales, mejorando competitividad; si la definición operacional implica lo contrario, ajuste la interpretación.

Componente exponencial (crecimiento compuesto): si el volumen exportado de un producto 'A' crece al 10% anual de manera compuesta, la proyección a t años es:

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{\{0.10 \cdot t\}}$$

Por ejemplo, con $Q_0 = 1,000$ unidades, en 3 años: $Q(3) = 1000 \cdot e^{\{0.30\}} \approx 1,350$ unidades.

Tomar logaritmos permite linealizar: $\ln Q(t) = \ln Q_0 + 0.10 \cdot t$, de modo que la pendiente (0.10) se interpreta como tasa de crecimiento continuo.

Crecimiento exponencial de exportaciones: caso TechLat (Chile-Europa)

La empresa TechLat (LatAm Innovaciones S.A.), con sede en Chile, inició en 2020 un ambicioso plan de expansión hacia mercados europeos para comercializar sus soluciones tecnológicas orientadas a la logística internacional. Durante la fase inicial, la compañía observó un incremento constante en el número de licencias exportadas, impulsado por la adopción acelerada de sistemas digitales en el comercio transfronterizo.

Este comportamiento permitió modelar el crecimiento mediante una función exponencial, una herramienta matemática que describe procesos en los cuales la tasa de cambio de una variable es proporcional a su valor actual, generando un crecimiento acelerado y acumulativo en el tiempo (Sullivan, Mizrahi, & Maanen, 2023).

En este contexto, el comportamiento de las exportaciones se representa con la ecuación:

$$E(t) = E_0 \cdot e^{\{r t\}}$$

Donde:

$E(t)$ es el número de licencias exportadas en el tiempo t ,

E_0 es el valor inicial y r la tasa de crecimiento continuo.

Para TechLat, se estimó una tasa de crecimiento compuesto del 15% anual, con un valor inicial de 500 licencias, lo que genera la función $E(t) = 500 e^{\{0.15t\}}$. Así, al cabo de cinco años, las exportaciones proyectadas ascienden aproximadamente a 1,058 licencias, más del doble de la cantidad inicial. Esta proyección refleja el efecto acumulativo de variables clave en los negocios internacionales, como la innovación tecnológica, la reputación de marca y las alianzas estratégicas, que multiplican los resultados a medida que la empresa consolida su presencia global.

El análisis exponencial también facilita la evaluación del crecimiento en términos relativos, permitiendo realizar comparaciones interanuales y determinar períodos de duplicación o expansión sostenida. Además, al aplicar el logaritmo natural a ambos lados de la ecuación, se obtiene una relación lineal ($\ln E(t) = \ln E_0 + r t$) que simplifica el análisis estadístico y posibilita el uso de modelos de regresión para estimar tasas de crecimiento real. Según Levin y Rubin (2014), este tipo de modelos es especialmente útil en entornos globales donde los flujos comerciales, las inversiones o las ventas internacionales muestran comportamientos de tipo exponencial debido a las economías de escala y al aprendizaje del mercado.

De este modo, el modelo exponencial se convierte en una herramienta esencial para la planeación estratégica internacional, ya que permite prever la expansión del negocio, estimar retornos futuros y evaluar la sostenibilidad del crecimiento en función del tiempo. En el caso de TechLat, este análisis no solo orienta la toma de decisiones financieras, sino que también apoya la gestión del riesgo y la adaptación de estrategias en un entorno económico global caracterizado por la aceleración tecnológica y la competencia internacional creciente (Sullivan et al., 2023).

Referencia:

- Zavala-Pineda, M. J. (2016). *Los determinantes del tipo de cambio real entre México y Estados Unidos: un análisis de cointegración*. Agrociencia, 50(4), 493-509.
- Levin, R. I., & Rubin, D. S. (2014). *Statistics for Management* (8th ed.). Estados Unidos. Pearson Education.
- Sullivan, M., Mizrahi, A., & Maanen, M. (2023). *Mathematics with Applications in the Management, Natural, and Social Sciences* (13th ed.). Estados Unidos. Pearson Education.