

FUNCIONES CUADRÁTICAS Y SUS CARACTERÍSTICAS

Una ecuación o función cuadrática es aquella donde el máximo grado de la variable es dos. Una función de este tipo se expresa en forma general como $f(x) = ax^2 + bx + c$, con a diferente de cero, donde a, b y c son coeficientes conocidos y x es la incógnita o variable a despejar. En la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$, al término ax^2 se le conoce como término cuadrático; al término bx se le denomina término lineal y al término c se le conoce como término independiente o constante.

Para resolver una función cuadrática, se debe tener en cuenta que toda función cuadrática tiene exactamente dos raíces o soluciones. La resolución de una función de segundo grado puede ser por medio de factorización, o bien, empleando la fórmula general:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

En el proceso de factorización, debes considerar que una función cuadrática se puede expresar como producto de dos factores y cada factor, cuando se iguala a cero, permite encontrar las raíces.

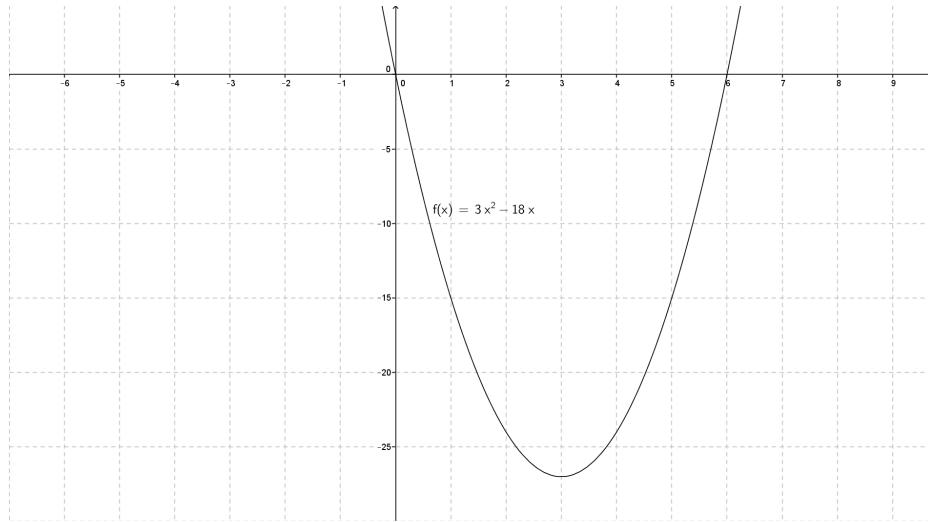
Por ejemplo, sea la función $f(x) = 3x^2 - 18x$, la cual tiene de factor común esta expresión: $3x$:

$$\begin{aligned} 3x^2 - 18x &= 0 \\ 3x(x - 6) &= 0 \end{aligned}$$

Se igualan los dos factores a cero para encontrar las raíces de la función:

$$\begin{array}{lll} 3x = 0 & y & (x - 6) = 0 \\ x = 0 & y & x = 6 \end{array}$$

La gráfica de la función $f(x) = 3x^2 - 18x$ es:



De este ejemplo, notamos, que cuando una función cuadrática carece de término independiente, tiene la propiedad de que una de sus raíces o soluciones es cero.

Veamos ahora el caso cuando una función cuadrática se resuelve mediante la fórmula general $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; consideremos la función $y = x^2 - 2x - 4$. Aquí se tiene que el coeficiente $a = 1$, $b = -2$ y $c = -4$.

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + (16)}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{-1 \pm 4.4721}{2}$$

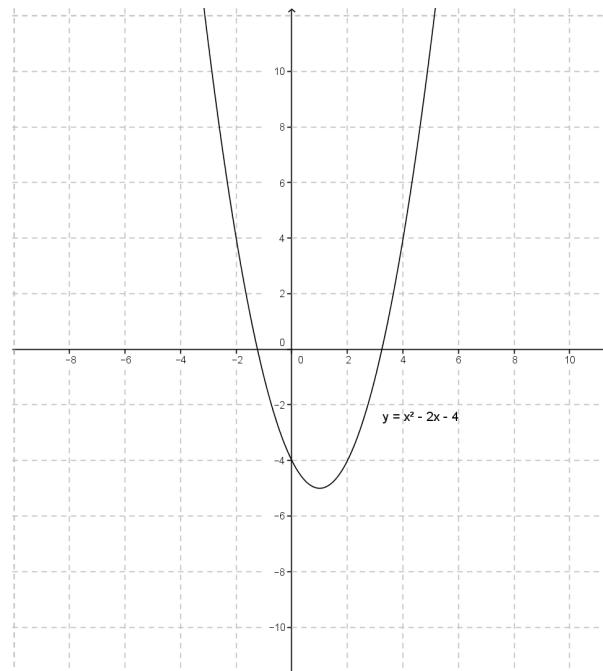
$$x_1 = \frac{2 + 4.4721}{2} = \frac{6.4721}{2} = 3.236$$

$$x_2 = \frac{2 - 4.4721}{2} = \frac{-2.4721}{2} = -1.236$$

Entonces, la factorización del polinomio será de la forma:

$$(x - 3.236)(x - (-1.236)) = (x - 3.236)(x + 1.236)$$

La gráfica de esta función es:



Referencia:

Rivera Rosales. (2013) Funciones cuadráticas, Universidad Autónoma de Coahuila, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas.