

DETERMINANTES

El determinante de una matriz es un número que se calcula a partir de una **matriz cuadrada**, es decir, una matriz que tiene el mismo número de filas y columnas, este número resume características importantes de la matriz, como si puede invertirse o si el sistema de ecuaciones que representa tiene una solución única.

En palabras sencillas, el determinante nos indica si una matriz es 'regular' (invertible) o 'singular' (no invertible).

Ejemplo:

Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$, el determinante de A se denota como: $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 7 \end{vmatrix}$

El determinante puede interpretarse como una medida del 'volumen' o 'escala' que una matriz produce cuando transforma un conjunto de vectores. En el caso de un sistema de ecuaciones lineales, si el determinante **es distinto de cero**, el sistema tiene una única solución, por el contrario, si **el determinante es cero**, entonces el sistema tiene infinitas soluciones o ninguna.

Se dice que, el determinante de una matriz de orden **$n \times n$** es un determinante de orden **n** .

Un **determinante de orden 2** está definido como se muestra a continuación:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = (a_{11})(a_{22}) - (a_{12})(a_{21})$$

Ejemplo. Calcula el determinante de la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 10 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 10 & -4 \end{vmatrix} = (2)(-4) - (5)(10) = (-8) - (50) = -8 - 50 = -58$$

Un **determinante de orden 3** se define como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Ejemplo:

$$\text{Si } B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ entonces:}$$

$$|B| = (2 \times 4 \times 3) + (1 \times 5 \times 1) + (3 \times 0 \times 2) - (3 \times 4 \times 1) - (1 \times 0 \times 3) - (2 \times 5 \times 2)$$

$$|B| = (24 + 5 + 0) - (12 + 0 + 20) = 29 - 32 = -3$$

Por lo tanto, el determinante de B es -3.

El determinante es una herramienta fundamental en el álgebra lineal. Aunque su cálculo puede parecer mecánico, su interpretación es muy poderosa, ya que permite evaluar la estabilidad, dependencia y capacidad de resolución de una matriz. En los negocios, su comprensión es esencial para el análisis de sistemas y la toma de decisiones cuantitativas.

Referencia:

Nicholson, W. K. (2023). Linear algebra with applications (Revised ed.). Lyryx Learning. Recuperado de: <https://open.umn.edu/opentextbooks/textbooks/533>