

DETERMINANTES

El determinante de una matriz es un número que se calcula a partir de una **matriz cuadrada**, es decir, una matriz que tiene el mismo número de filas y columnas, este número resume características importantes de la matriz, como si puede invertirse o si el sistema de ecuaciones que representa tiene una solución única.

En palabras sencillas, el determinante nos indica si una matriz es 'regular' (invertible) o 'singular' (no invertible).

Ejemplo:

Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$, el determinante de A se denota como: $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 7 \end{vmatrix}$

El determinante puede interpretarse como una medida del 'volumen' o 'escala' que una matriz produce cuando transforma un conjunto de vectores. En el caso de un sistema de ecuaciones lineales, si el determinante es distinto de cero, el sistema tiene una única solución, por el contrario, si el determinante es cero, entonces el sistema tiene infinitas soluciones o ninguna.

Se dice que, el determinante de una matriz de orden $n \times n$ es un determinante de orden n.

Un **determinante de orden 2** está definido como se muestra a continuación:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = (a_{11})(a_{22}) - (a_{12})(a_{21})$$

Ejemplo. Calcula el determinante de la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 10 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 10 & -4 \end{vmatrix} = (2)(-4) - (5)(10) = (-8) - (50) = -8 - 50 = -58$$

Un **determinante de orden 3** se define como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{21} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{31} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}$$

Ejemplo:

$$\text{Si } B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ entonces:}$$

$$|B| = (2 \times 4 \times 3) + (1 \times 5 \times 1) + (3 \times 0 \times 2) - (3 \times 4 \times 1) - (1 \times 0 \times 3) - (2 \times 5 \times 2)$$

$$|B| = (24 + 5 + 0) - (12 + 0 + 20) = 29 - 32 = -3$$

Por lo tanto, el determinante de B es -3.

El determinante es una herramienta fundamental en el álgebra lineal. Aunque su cálculo puede parecer mecánico, su interpretación es muy poderosa, ya que permite evaluar la estabilidad, dependencia y capacidad de resolución de una matriz. En los negocios, su comprensión es esencial para el análisis de sistemas y la toma de decisiones cuantitativas.

Referencia:

Nicholson, W. K. (2023). *Linear algebra with applications* (Revised ed.). Lyryx Learning. Recuperado de: <https://open.umn.edu/opentextbooks/textbooks/533>