

SUCESIONES



100

30

9

37

22

55

19

98

42

5

10

41

13

53

43

29

49

44

17

37

24

33

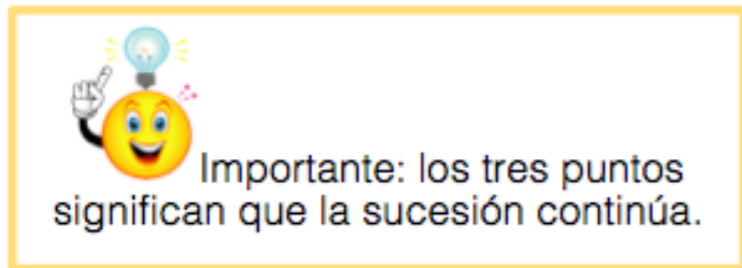
53A

25

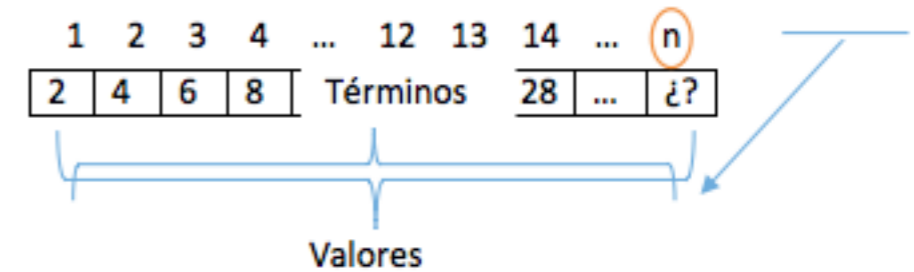
SUCESIONES

Una sucesión en matemáticas, como su nombre lo indica, es una lista (secuencia) de valores que están ordenados de tal manera que se pueden enumerar (primero, segundo, tercero, etc.). Cada elemento de una sucesión es llamado término y ocupa una posición específica en la lista de número, por ejemplo:

2,4,6,8,...,24,26,28,



En el ejemplo, el primer **término** es el 2, el segundo es el 4, el tercero es el 6 (ver figura), y así se continúa con cada uno de los **términos** de la lista (sucesión). Para referirse al último término de la sucesión, o para un **término** del cual no conocemos su posición específica, se utiliza la letra “n” y se le conoce como el **n-ésimo** elemento de la sucesión.



Revisando el ejemplo anterior podemos entender que al realizar la diferencia entre un término y otro, es constante, siendo 2 unidades la distancia entre ellos, de tal forma que si nos piden calcular el valor del término 4 de la sucesión (recordar que 2 es el primero, 4 es el segundo...), si conocemos el valor de término anterior (es decir, el tercer término que vale 6), con sumarle 2 a ese término, obtendremos el valor buscado, 8 para el ejemplo, porque 6 es el valor del tercer término y $6 + 2 = 8$, por lo que sabremos que ese es el valor para el término 4. A este tipo de sucesiones se les conoce como sucesiones aritméticas, debido a que el cambio entre uno y otro término se da por la suma del término anterior más la suma de la diferencia.

SUCESIONES

Ahora bien, ¿qué sucede si no conocemos el valor de los términos anterior y posterior al que estamos buscando? Por ejemplo, **¿cuál será el valor del término número 250?** Es claro que la forma más fácil, pero no la mejor, sería desarrollar toda la sucesión, hasta llegar al término 250, lo que nos llevaría mucho tiempo; pero si revisamos nuevamente cómo se va generando la sucesión, podremos encontrar una fórmula que nos permita calcular cada término.

Hagámoslo de forma detallada.

Problema: para la siguiente sucesión, encontrar el valor del término en la posición 250.

2,4,6,8,...,n

Solución:

- Primero encontramos la diferencia entre los términos conocidos de la sucesión (2, 4, 6 y 8) y nos daremos cuenta que es 2.
- Ahora, si el 2 está en la primera posición; es decir, en la posición uno (1) y si multiplicamos la diferencia encontrada (el 2) por la posición (1), obtendremos **$1 \times 2 = 2$** .
- Hacemos lo mismo para el segundo término y obtendremos $2 \times 2 = 4$.
- Y para los siguientes dos términos, $3 \times 2 = 6$ y $4 \times 2 = 8$.
- Poniéndole atención nos daremos cuenta que si multiplicamos la posición del término indicado en el problema (250) por 2, obtendremos el valor buscado.
- Por lo tanto **$250 \times 2 = 500$** , donde 250 es la posición (n) del término buscado.
- Con ello podemos definir que para cualquier término (n), la fórmula será:

$$\underline{a_n} = n \times 2$$

a_n es el valor buscado.

n es la posición del término.

SUCESIONES GEOMÉTRICAS

En ocasiones definir la fórmula o forma en que se da la sucesión, no se obtiene sumando o restando un término y su anterior, como en el ejemplo pasado. Cuando nos enfrentamos a este caso, lo que se puede hacer es encontrar la **razón (r)** de cambio de los términos. Una razón es el resultado de la división entre dos valores, en este caso será el resultado de dividir un término por su anterior, y una vez encontrada “r”, aplicamos la fórmula siguiente:

$$a_n = a * r^{n-1}$$

Donde:

a es el valor del primer término de la sucesión.

a_n es el valor del término que se desea conocer.

n es la posición del término deseado en la sucesión.

r es el valor de la razón de cambio.

Veamos unos ejemplos para describir detalladamente lo anterior.

Problema 1: Encontrar el siguiente término de la sucesión:

7, 21, 63, 189, ¿**a_n**?...



Importante: **n** es la posición del término a buscar, en este caso es 5

Solución:

Si hacemos la diferencia aritmética entre los términos, encontraremos que no hay una razón (r) de cambio constante:

$$21 - 7 = \mathbf{14}; \quad 63 - 21 = \mathbf{42} \quad \text{y} \quad 189 - 63 = \mathbf{126}$$

Como podemos apreciar, no hay un cambio constante entre los términos, en este caso lo que podemos intentar es realizar la división en lugar de la resta, es decir:

$$\mathbf{21 \div 7 = 3; \quad 63 \div 21 = 3 \quad \text{y} \quad 189 \div 63 = 3}$$

Ahora vemos que sí hay una constante, que es el 3, con ello ya se puede aplicar la fórmula que se presentó en la explicación.

$$\mathbf{a_n = a * r^{n-1}}$$

Para el caso del problema tendremos que:

$$\mathbf{a_5 = 7 * 3^{5-1} = 7 * 3^4 = 7 * 81 = 567}$$

Problema 2: se quiere conocer el primer término de una sucesión si sabemos que el quinto término de esa sucesión es 567 y la razón de cambio es 3.

Solución:

Para este problema, ahora tenemos que no nos dan más que el valor ($a_n = 567$) y la posición ($n = 5$) de un término, así como la razón de cambio ($r = 3$) de la sucesión.

Pero como conocemos que la fórmula para las sucesiones geométricas es:

$$a_n = a * r^{n-1}$$

Hacemos una sustitución de los valores y despejamos para conocer a.

$$567 = \mathbf{a * 3^{5-1}}$$

Obtendremos que:

$$567 = \mathbf{a * 81}$$

Despejando:

$$567 \div 81 = \mathbf{a}$$

Obtendremos como resultado:

$$\mathbf{7 = a}$$

Acomodando:

$$\mathbf{a = 7}$$