

ÁREAS, PERÍMETROS Y ALTURAS



ÁREAS, PERÍMETRO Y ALTURAS

IMPORTANTE

Durante el examen de College Board, las fórmulas necesarias se proveen en el cuadernillo del examen, no es necesario llevar formulario.

Una de las áreas de aplicación para la geometría analítica es el cálculo de superficies, distancias y grosores, profundidades, etc.

Las fórmulas que se usan para realizar estos cálculos, se utilizan mucho en la vida diaria y permiten saber si un recipiente puede contener un líquido, si un terreno está debidamente nivelado, si un mueble cabe en nuestra casa, etc.

El área de un rectángulo o cuadrado:

Se calcula multiplicando dos de los lados, en el caso específico del cuadrado no importa qué lados se seleccionan porque son iguales; pero para los demás rectángulos, se debe multiplicar uno de los lados menores (ancho), por uno de los lados mayores (largo).

$$\text{área} = \text{ancho} \times \text{largo.}$$

Perímetro de rectángulos y cuadrados:

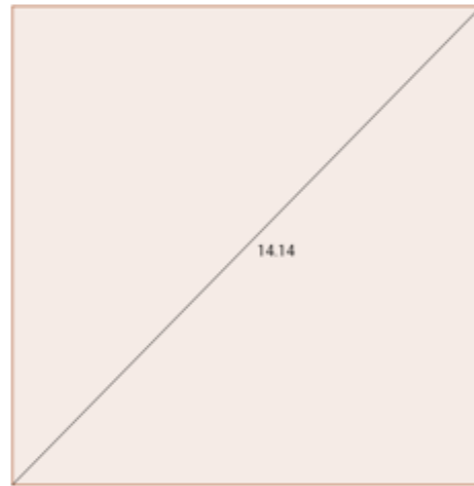
Recordemos que al referirnos al perímetro, hablamos de todo el contorno de una figura, con lo que es la suma de las medidas de los cuatro lados. Para cada caso serán las siguientes fórmulas:

$$\text{Perímetro}_{\text{Cuadrado}} = 4l$$

$$\text{Perímetro}_{\text{rectángulo}} = 2(l + a) \quad \text{donde } l = \text{lado, } a = \text{ancho}$$

Ejemplos: Encontrar el perímetro del cuadrado de la figura.

- (A) 39.5
- (B) 85
- (C) 35
- (D) 40
- (E) no se puede calcular



Solución:

- Como solo tenemos el valor de la longitud de la diagonal, aparentemente no se puede contestar la pregunta.
- Pero si observamos bien, notaremos que la diagonal forma 2 triángulos rectos y como es un cuadrado, la longitud de los catetos es la misma.

$$a = b$$

- Y por el teorema de Pitágoras tenemos que:

$c^2 = a^2 + b^2$; como $a = b$, entonces $a^2 = b^2$, y como a y b son lo mismo, podemos expresarlas como a o b .

$$(14.14)^2 = a^2 + a^2$$

$$(14.14)^2 = 2a^2$$

$$\frac{(14.14)^2}{2} = a^2$$

$$99.9698 = a^2$$

$$a = \sqrt{99.9698}$$

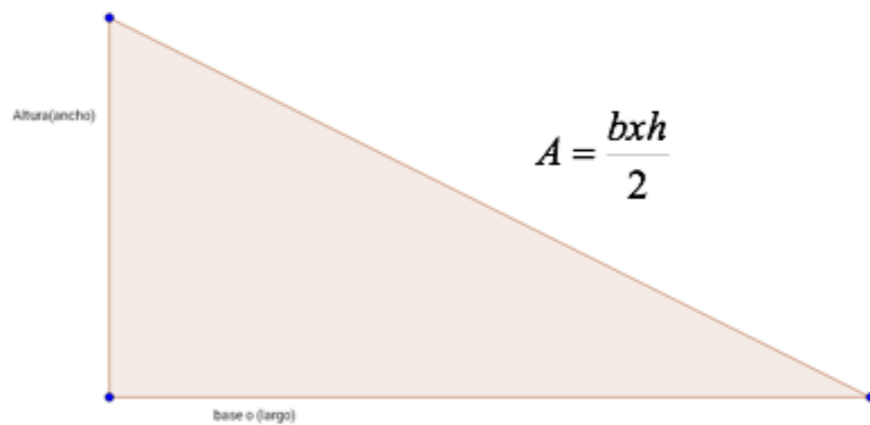
$$a = 9.998 \approx 10$$

Como $a = b$, entonces $b = 10$

- Teniendo los valores para a y b, podemos decir que el perímetro es 40 o la opción D.

Áreas de Triángulos:

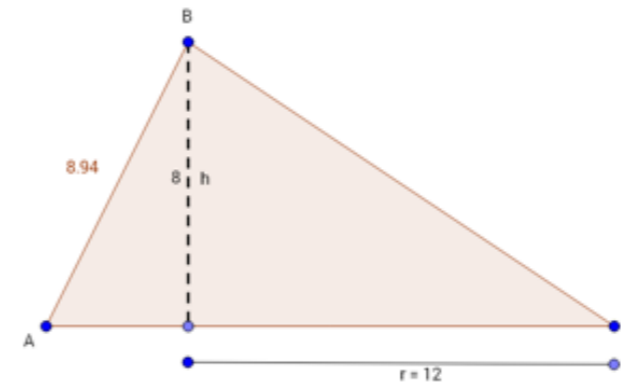
Al hablar de área estamos hablando del espacio que ocupa un polígono, por ejemplo, el trazo de un terreno, el espacio de proyección de una pantalla plana, el tamaño de una región en México, etc.; dependiendo del polígono es la forma en la que se calcula el área de esa figura, en nuestro caso los triángulos. La fórmula para calcular dicha área es muy semejante a la del rectángulo con un largo y un ancho, lo que se le agrega a esa fórmula es que se divide por 2 y esto, porque como vimos en el ejemplo, al trazar una diagonal en los rectángulos, quedan 2 triángulos rectos y el área de cada uno equivale a la mitad del área del rectángulo que se partió.



En ocasiones el triángulo en cuestión no es rectángulo, pero de cualquier forma se puede seguir utilizando la misma fórmula.

Ejemplo: calcular el área del siguiente triángulo.

- (A) 32
- (B) 64
- (C) 38
- (D) 65
- (E) No se puede calcular



Solución:

- Como podemos ver, el triángulo en este problema no es rectángulo, pero los datos que tenemos son suficientes para calcular el área.

- Observando bien, el segmento que define la altura crea 2 triángulos rectángulos y con los datos del triángulo más pequeño, se puede obtener el dato faltante para conocer completamente la longitud de la base.

- Usando el teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned}
 c^2 &= a^2 + b^2 \\
 (8.94)^2 &= a^2 + (8)^2 \\
 (8.94)^2 - (8)^2 &= a^2 \\
 a &= \sqrt{(8.94)^2 - (8)^2} \\
 a &= \sqrt{79.9236 - 64} \\
 a &= \sqrt{15.9236} \\
 a &= 3.99 \approx 4
 \end{aligned}$$

- Con este dato ya se puede completar la parte faltante de la base del triángulo.

$$\text{Base} = r + 4 = 12 + 4 = 16$$

- Y por último, aplicamos la fórmula para obtener el área del triángulo.

$$A = \frac{bxh}{2} = \frac{16 \times 8}{2} = 64$$

- Por ello seleccionamos la opción B.

Área de paralelogramos:

Para encontrar el área de un paralelogramo, lo más sencillo es hacerlo parecer un cuadrado o rectángulo y así poder aplicar la fórmula de los rectángulos.



Al trazar la línea que nos da la altura (h), se crea un triángulo que, si lo transportamos al otro extremo del paralelogramo, completa el rectángulo, con lo que se puede usar la fórmula:

$$\text{Área} = \text{Base} \times \text{altura}$$