

Media, variada y desviación estándar para la distribución binomial

En este tema estudiaremos las características importantes de una distribución binomial, incluyendo medidas de tendencia central, de variación y de distribución. Es decir, dada una distribución de probabilidad binomial en particular, podemos calcular su media, varianza y desviación estándar. Además de calcular esos valores, también se estará en posibilidad de interpretarlos y entenderlos.

La media, varianza y desviación estándar de una distribución binomial son:

$$\text{Media} = \mu = np$$

$$\text{Varianza} = \sigma^2 = npq$$

$$\text{Desviación estándar} = \sigma = \sqrt{npq}$$

Además de calcular los valores de μ y σ es importante saber interpretar y entender tales valores, de manera que la regla práctica de las desviaciones resulta muy útil, sabiendo que podemos considerar que los valores son inusuales si caen fuera de los límites que se obtienen de la siguiente manera:

Regla práctica de las desviaciones:

$$\text{Valor máximo común} = \mu + 2\sigma$$

$$\text{Valor mínimo común} = \mu - 2\sigma$$

Ejemplo: Calcule la media y desviación estándar del número de guisantes con vainas verdes cuando se generan grupos de 5 vástagos, suponga que hay una probabilidad de 0.75 de que un vástago de guisante tenga vainas verdes.

Se tienen los valores $n = 5$, $p = 0.75$ y $q = 0.25$

Sustituyendo en las fórmulas, se tiene:

$$\mu = np = 5(0.75) = 3.75$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{(5)(0.75)(0.25)} = \sqrt{0.9375} = 0.9682$$

Media, variada y desviación estándar para la distribución binomial

Ejemplo: En un experimento real, Mendel obtuvo 580 vástagos de guisantes. Afirmó que el 75% o 435 tendrían vainas verdes. El experimento real dio como resultado 428 guisantes con vainas verdes.

a) Suponiendo que se obtienen grupos de 580 vástagos de guisantes, calcule la media y la desviación estándar del número de guisantes con vainas verdes.

b) Utilice la regla práctica de las desviaciones para calcular el valor máximo común y el valor mínimo común de guisantes con vainas verdes. Con base en estos números, ¿podríamos concluir que el resultado real de Mendel de 428 de guisantes con vainas verdes es inusual? ¿Esto sugiere que el valor del 75% propuesto por Mendel es erróneo?

a) Con $n = 580$ vástagos de guisantes, con $p = 0.75$ y $q = 0.25$, podemos calcular la media y la desviación estándar del número de guisantes con vainas verdes de la siguiente manera:

$$\mu = np = (580)(0.75) = 435$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{(580)(0.75)(0.25)} = 10.4$$

Para grupos de 580 vástagos de guisantes, el número medio de guisantes con vainas verdes es 435 y la desviación estándar es 10.4

b) Ahora debemos interpretar los resultados para determinar si el resultado real que obtuvo Mendel de 428 guisantes es un resultado que puede ocurrir fácilmente por azar, o si ese resultado es tan poco probable que la tasa supuesta del 75% es incorrecta.

Usando la regla práctica de las desviaciones de la siguiente manera:

$$\text{Valor máximo común} = \mu + 2\sigma = 435 + 2(10.4) = 455.8$$

$$\text{Valor mínimo común} = \mu - 2\sigma = 435 - 2(10.4) = 414.2$$

Media, variada y desviación estándar para la distribución binomial

Interpretación: si Mendel obtuviera muchos grupos de 580 guisantes y si su tasa del 75% es correcta, entonces el número de guisantes con vainas verdes estaría generalmente entre 414.2 y 455.8 (los cálculos efectuados con valores sin redondeo producen 414.1 y 455.9). Mendel obtuvo en realidad 428 guisantes con vainas verdes y ese valor cae dentro del rango de valores comunes, de manera que los resultados experimentales son consistentes con la tasa del 75%. Los resultados no sugieren que la tasa planteada por Mendel del 75% sea incorrecta.

Referencia:

Triola, M., 2004, Probabilidad y Estadística, Pearson Educación.